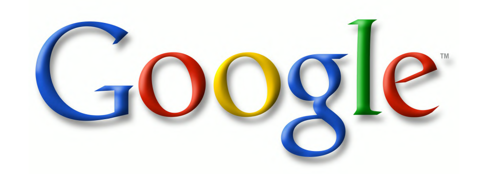
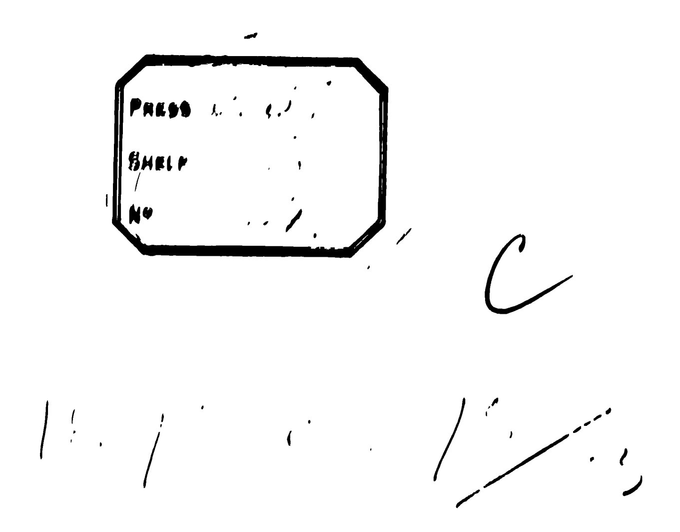





600035497Y


PRESS
SHELF
No

RÉCRÉATIONS

MATHÉMATIQUES.


ΕΙ Ο ΘΕΟΣ ΓΕΩΜΕΤΡΕΙ

RÉCRÉATIONS

MATHÉMATIQUES

PAR

M. ÉDOUARD LUCAS.



« Je me représente la vaste enceinte des Sciences comme un grand terrain parsemé de places obscures et de places éclairées. Nos travaux doivent avoir pour but, ou d'etendre les limites des places éclairées, ou de multiplier sur le terrain les centres de lumières. L'un appartient au génie qui crée ; l'autre à la sagacité qui perfectionne ».

(DIDEROT. — *De l'interprétation de la Nature.*)

III

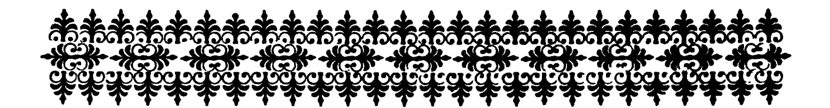
Le Calcul digital. — Machines arithmétiques.
Le Caméléon. — Les Jonctions de points.
Le Jeu militaire. — La Prise de la Bastille.
La Patte d'oie. — Le Fer à cheval.
Le Jeu américain. — Amusements par les Jetons.
L'Étoile nationale. — Rouge et Noire.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS ET FILS, IMPRIMEURS-LIBRAIRES,

QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, 55.

1893



AVERTISSEMENT

Le 3 octobre 1891, Édouard Lucas succombait, dans toute la force de son talent, aux atteintes d'une courte et terrible maladie. Cette mort prématurée, — il n'était âgé que de quarante-neuf ans, — laissait un grand vide dans la Science, en même temps qu'elle frappait de stupeur ses nombreux amis.

Préoccupée à juste titre de ne pas laisser perdre son héritage scientifique, la famille d'Édouard Lucas s'adressa à la Société Mathématique de France, à laquelle il appartenait depuis de longues années, et dont il avait été vice-président.

Répondant au vœu qui lui était ainsi exprimé, la Société désigna une commission, composée des soussignés et du Président en exercice, pour procéder au dépouillement et au classement des manuscrits scientifiques laissés par Lucas.

Cette commission s'est mise au travail; et l'un des premiers résultats de ses recherches a été la découverte de deux nouveaux Volumes de *Récréations mathématiques*, à peu près entièrement préparés. C'est l'un de ces Volumes que nous présentons aujourd'hui au public. Nous n'avons eu, pour en arriver là, qu'à rédiger

la troisième et la septième récréation, d'après les notes trouvées dans les papiers de l'auteur. Tout le reste était complètement rédigé par lui.

Quelques-unes des questions qui composent ce Volume ont fait l'objet de travaux antérieurs de Lucas; mais, pour la plupart des lecteurs, elles n'en seront pas moins inédites, en fait, car il serait bien difficile de se procurer les collections des recueils où les travaux dont il s'agit ont été insérés.

C'est assez dire que nous comptons que ce troisième Volume obtiendra du public scientifique la même faveur que les deux premiers.

Le quatrième Volume, que nous nous occuperons prochainement de faire succéder à celui-ci, et dont le manuscrit est entièrement de la main de Lucas, comprendra également sept récréations.

On remarquera peut-être l'absence des dédicaces originales et souvent profondes, sous leur forme humoristique, que Lucas avait coutume de mettre en tête de ses récréations. Les notes laissées par lui à ce sujet ne nous ont pas permis de les reconstituer d'une manière sûre, et nous n'avons pas voulu nous en fier à des renseignements plus ou moins hypothétiques sur ses intentions plus ou moins probables.

Parmi les figures qui servent à illustrer le texte, quelques-unes proviennent du Journal *la Nature* et les clichés nous en ont été confiés de la manière la plus gracieuse par la rédaction et l'administration de ce Journal, auxquelles nous croyons devoir adresser ici nos plus sincères remerciements.

Bien que ce soit devenu presque un lieu commun, nous devons également témoigner toute notre gratitude à MM. Gauthier-

Villars père et fils. En eux nous avons trouvé des collaborateurs précieux, bien plutôt que des éditeurs dans le sens ordinaire du mot. Pour arriver à faire connaître l'œuvre d'Édouard Lucas, pour rendre hommage à la mémoire de notre ami disparu, leur empressement égalait le nôtre. Et ils n'ont pas hésité, dans ce but, à mettre à notre disposition toutes les ressources d'un établissement typographique dont la perfection incontestée est devenue légendaire. Qu'ils reçoivent ici tous nos remerciements, en notre nom, et au nom de la famille et des amis d'Édouard Lucas.

H. Delannoy, C.-A. Laisant, E. Lemoine,

Membres de la Société Mathématique de France.

Paris, Novembre 1892



PREMIÈRE RÉCRÉATION.

—

LE CALCUL SUR LES DOIGTS.

> J'estime qu'il ne tumbe en l'imagination humaine aulcune fantasie si forcenée, qui ne rencontre l'exemple de quelque usage publicque, et par conséquent que nostre raison n'étaye et ne fonde.
>
> (MONTAIGNE. — *Essais*, Liv. I, Chap. XXII — *De la coustume.*)



PREMIÈRE RÉCRÉATION.

—

LE CALCUL SUR LES DOIGTS.

A LA FOIRE AUX PAINS D'ÉPICES (¹).

Il y a quelques années, pendant les vacances de Pâques, nous avons rencontré sur la place du Trône, où se tient habituellement la Foire aux pains d'épices, à deux pas de la colonne que surmonte la statue de Philippe-Auguste — en bronze et non en pierre, quoi qu'en dise la chanson, — un industriel fort original, puisqu'il débitait en plein vent, avec l'autorisation de la Préfecture et sous l'œil vigilant de la police, une petite brochure contenant, disait-il, une nouvelle méthode pour la simplification des calculs. Et pourtant, comme le disait dernièrement M. Frédéric Passy à la séance publique annuelle des cinq Académies de l'Institut, à propos des fêtes foraines : « Ce n'est pas le marchand et l'acheteur que l'on y appelle, c'est le curieux et le désœuvré

(¹) La première partie de cette Récréation est la reproduction d'un fragment d'une *Conférence sur la pratique du Calcul,* faite au Conservatoire des Arts et Métiers, le 18 janvier 1885.

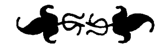
Le bateleur, la somnambule, le teneur de jeux de hasard et de loteries, le montreur de phénomènes vivants ou morts, et tout le reste des industries inutiles que traîne plus ou moins après elle toute agglomération d'hommes, envahissent la voie publique et y règnent en maîtres. C'est pour elles que l'on vient, pour elles seules et pour le personnel féminin qui les accompagne et qui les suit. »



UN CALCULATEUR EN PLEIN VENT.

Mais notre forain faisait exception à la règle commune, car le procédé de son industrie mérite réellement d'entrer dans le domaine de la pratique. Son installation était fort modeste : un escabeau, un chevalet, un tableau noir en carton-cuir, une boîte de bâtons de craie, une grande pancarte donnant le boniment, un tiroir plein de prospectus, une sébile contenant la recette en gros sous et deux maigres lampions. C'était le soir, au moment de la cohue. La foule qui l'entourait semblait indifférente aux bruyants refrains des orgues de Barbarie, aux grincements des chevaux de bois et des montagnes russes, aux rugissements des fauves dans les ménageries, aux parades des saltimbanques et l'écoutait religieusement. L'attention était de rigueur; il s'agissait d'Arithmétique, chose bien compliquée pour le vulgaire qui considère encore Barême comme un grand homme et qui tient toujours Henri Mondeux, le fameux pâtre de la Touraine, pour un enfant prodige. Il calcule comme feu Barême! dit le père, glorieux de son fils, lorsque le bambin a remporté à l'école primaire le premier prix de Mathématiques pures et appliquées.

Donc, pendant que la police veillait aux soustractions, notre forain expliquait au public ébahi les mystères de la multiplication rapide, tout en écoulant ses produits. C'était réellement bien curieux de voir tous ces visages attentifs, étonnés, illuminés par la clarté des lampes électriques d'un théâtre voisin, et qui suivaient avec tant d'intérêt les démonstrations du professeur improvisé. Je m'étais approché du calculateur afin de me rendre compte de son invention. Il écrivait sur son tableau deux lignes de chiffres pris au hasard ou dictés par le public; puis, rapidement, tout en marmottant quelques paroles confuses, il traçait l'un après l'autre tous les chiffres du produit des deux nombres indiqués, mais sans écrire les produits partiels.



UN NÉGOCIANT DE PISE AU XIIe SIÈCLE.

Cette méthode abréviative est connue; mais, bien que très pratique, son emploi est fort peu répandu. Cependant elle n'est pas tout à fait nouvelle, et nous montrerons ultérieurement qu'elle était déjà enseignée vers l'an 1000, et probablement longtemps avant, par le professeur de calcul, le ***Magister Abbacci***, et couramment appliquée dans les calculs commerciaux et industriels, en Italie, en Sicile, en Égypte, en Syrie et dans l'Extrême-Orient. Nous disons plus : c'est la seule méthode de multiplication développée dans l'Ouvrage qui a pour titre : *le Livre de l'Abaque* (1),

(1) *Il Liber Abbacci di Leonardo Pisano*, pubblicato secondo la lezione del Codice Magliabechiano, etc., da *Baldassare Boncompagni* (Roma, 1857).

composé par Léonard de Pise en l'année 1202. Cet Ouvrage a été publié, pour la première fois, par le très illustre et très vénéré prince Balthazar Boncompagni, qui a consacré toute sa vie et une partie de sa fortune à l'étude et à la publication de documents concernant l'histoire des sciences mathématiques et des sciences physiques.

Dès la seconde page de ce volume grand in-4°, qui en contient 460, le premier Chapitre commence ainsi :

Novem figuræ Indorum hœ sunt

9 8 7 6 5 4 3 2 1.

Cum his itaque figuris, et cum hoc signo 0, *quod arabice zephyrum appellatur, scribitur quilibet numerus, ut inferius demonstratur*. Puis l'auteur démontre qu'avec les neuf chiffres et le zéro, que l'on appelait *zéphyr*, en Arabie, on peut écrire un nombre quelconque. Il donne la correspondance entre les caractères romains et les chiffres arabes, en prenant comme exemples :

ROMAINS.	ARABES.	ROMAINS.	ARABES.
MI..............	1001	MMM...........	3000
MMXXIII	2023	MCXI...........	1111
MMMXXII......	3022	MCCXXXIIII ...	1234
MMMXX.........	3020	MMMMCCCXXI.	4321
MMMMMDC....	5600		

Il apprend à lire les nombres écrits dans le système décimal, en les divisant en tranches de trois chiffres et, à la page 5, il donne un procédé vraiment curieux pour compter sur les doigts jusqu'à

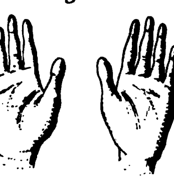
10 000; ce procédé, dit-il, est très ingénieux et remonte à la plus haute antiquité; il est enseigné couramment par les maîtres d'Abaque.

L'ARITHMÉTIQUE DES SOURDS-MUETS.

Mais la page des figures illustrant cette méthode manquait dans le manuscrit de la bibliothèque de Florence; nous indiquerons ici une restitution, sinon exacte, car la description est un peu obscure, du moins suffisante pour comprendre cette fort intelligente manière de compter aux siècles passés. Nous la recommandons tout spécialement aux professeurs des institutions de sourds-muets, bien que tout le monde puisse en tirer profit. Excellent exercice pour ceux qui ne savent que faire de leurs dix doigts! Il serait intéressant d'en tenter l'expérience dans une école primaire, et nous pensons que les résultats concluraient à la supériorité de cette antique méthode sur toutes les autres.

La main se compose de cinq doigts dans l'ordre suivant : le pouce, l'index, le médius, l'annulaire et l'auriculaire. La main étendue, les doigts allongés et écartés, signifie zéro pour la main droite comme pour la main gauche (*fig.* 1).

Fig 1.



Zéro.

Conformément aux conventions que nous allons exposer, les doigts de la main gauche représenteront, par leurs situations respectives, tous les nombres de 1 à 99, et ceux de la main droite, toutes les centaines, 100, 200, 300, ..., 9900; de telle sorte qu'on aura dans les deux mains toute une myriade, c'est-à-dire tous les

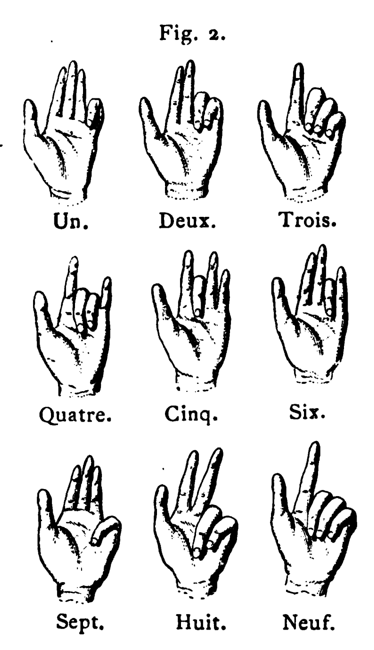
nombres jusqu'à 10 000. Dans ce qui va suivre, nous ne nous occuperons donc que de la main gauche, et toute disposition des doigts de la main droite indiquera des nombres cent fois plus grands que ceux qui correspondent à une même disposition des doigts de la main gauche.



LES NOMBRES DIGITS OU UNITÉS.

Pour la représentation des unités, depuis un jusqu'à neuf, les

Fig. 2.



deux premiers doigts, le pouce et l'index, restent immobiles,

allongés et séparés, et les dispositions des trois derniers doigts représentent les neuf premiers nombres (*fig.* 2).

L'auriculaire replié sur lui-même signifie..	*un,*	1;
L'auriculaire et l'annulaire repliés ensemble.	*deux,*	2;
Les trois derniers doigts repliés ensemble...	*trois,*	3;
Le médius et l'annulaire repliés ensemble signifient..................................	*quatre,*	4;
Le médius replié seul....................	*cinq,*	5;
L'annulaire replié seul..................	*six,*	6.

Pour les trois nombres suivants, il faut replier les doigts de telle sorte que leur extrémité s'approche le plus possible du poignet; les dispositions des doigts sont d'ailleurs semblables à celles qui correspondent aux trois premiers nombres.

L'auriculaire replié sur la paume de la main signifie..................................	*sept,*	7;
L'auriculaire avec l'annulaire.............	*huit,*	8;
Les trois derniers doigts repliés ensemble. .	*neuf,*	9.



LES NOMBRES ARTICULÉS OU DIZAINES.

Pour la représentation des dizaines, les trois derniers doigts de la main gauche sont allongés, et il faut apprendre à manœuvrer le pouce et l'index (*fig.* 3).

L'extrémité de l'index sur le pli intérieur du pouce allongé, et formant cercle avec l'index, signifie..................................	*dix,*	10,

Le pouce et l'index allongés et rapprochés . . *vingt,* 20;

Le pouce et l'index réunis en cercle par les extrémités . . . . *trente,* 30.

Le pouce courbé sur l'ongle de l'index signifie *quarante,* 40;

Fig. 3.



Le pouce courbé à la base de l'index replié . . *cinquante,* 50;

L'index courbé sur le pouce replié . . . . *soixante,* 60.

L'index appuyé sur l'ongle du pouce allongé signifie . . . . *septante,* 70;

Sur le milieu extérieur du pouce allongé . . . *octante,* 80;

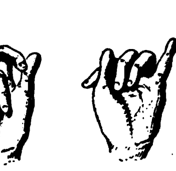
L'index replié à côté du pouce allongé . . . . . . *nonante,* 90.

Les centaines. — Comme nous l'avons dit plus haut, on représente les centaines au moyen des trois derniers doigts de la main droite, par des dispositions semblables à celles qui représentent les neuf premiers nombres avec les trois derniers doigts de la main gauche.

Les mille. — De même, on représente les mille avec le pouce et l'index de la main droite de la même manière que nous avons représenté les dizaines avec le pouce et l'index de la main gauche.

Par conséquent, avec les deux mains on peut représenter tous les nombres depuis 0 jusqu'à 9999, c'est-à-dire tous les nombres de quatre chiffres. Veut-on, par exemple, figurer le nombre 1884; nous nous servirons de la main droite en prenant en même temps les dispositions qui correspondent à 10 et à 8, et avec la main gauche nous représentons simultanément 80 et 4 (*fig.* 4).

Fig. 4.



1884.

Bien que ces dispositions paraissent assez arbitraires, nous observerons que le signe du zéro semble indiquer qu'on n'a rien dans les mains, tandis que le signe 9999 semble indiquer qu'on a les mains pleines.

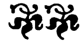


COQUETTERIE FÉMININE ET PRUDERIE PÉDAGOGIQUE.

Le lecteur a dû observer que nous avons écrit les mots *septante, octante, nonante,* qui ne sont plus, sauf dans certaines contrées, d'un usage courant. Nous aurions dû aussi écrire *unante, duante,* au lieu de dix et de vingt; tout le monde sait que l'emploi de ces mots facilite beaucoup aux enfants l'étude des premiers principes du calcul, quitte à leur apprendre plus tard les exceptions qui sont consacrées par l'usage. Nous savons bien qu'on nous répondra que tout est pour le mieux dans la meilleure des arithmétiques, et que personne, en songeant à l'année terrible *quatre-vingt-treize* du siècle dernier, ne dira *nonante-trois;* c'est que quatre-vingt-treize fait si bien à l'oreille et le mot treize qui vient là, nombre fatidique, sans savoir pourquoi, semble semer la terreur comme le clairon de la fanfare guerrière. Or treize n'existe pas autrement dans 93 que dans ses deux voisins 92 et 94. Mais c'est aux dames que nous adresserons notre réclamation; cette manière de dénommer les dizaines présente une régularité finale si parfaite, qu'elle peut servir d'appoint à la coquetterie féminine. Je ne me rappelle plus le nom de ce président de tribunal demandant l'âge d'une dame et qui obtint cette réponse : « *...ante ans, monsieur le président.* » Ainsi avec l'emploi des mots septante, octante, nonante, de trente à cent ans, on aurait toujours ...ante ans.

Mais, cher lecteur, laissons de côté notre pruderie pédagogique, et revenons à notre sujet. Nous avons vu que les signes de la main gauche représentaient tous les nombres de 00 à 99, et ceux de la main droite, symétriques des précédents, les centaines. On

peut donc considérer l'emploi de ces signes comme un système de numération dans lequel les ordres successifs d'unités sont chaque fois des nombres cent fois plus grands, ou, en d'autres termes, le système de *numération centésimale*. Par conséquent, si une seconde personne, placée à la droite d'une première, compte aussi sur ses doigts, ces deux personnes peuvent, en opérant simultanément, représenter tous les nombres de 00000000 à 99999999 ou jusqu'à cent millions. On pourrait, il est vrai, remplacer l'aide de la seconde personne en se servant des doigts des membres inférieurs; mais notre éducation et nos usages ne le permettraient point, dirait M. Prudhomme.

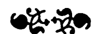


L'ARITHMÉTIQUE A QUATRE PATTES.

Heureux, heureux les singes, s'ils connaissaient leur bonheur! Ces intelligents animaux, nos cousins issus de germains, dit-on, en leur qualité de quadrumanes, pourraient compter sur leurs doigts, en jouant des pieds et des mains, jusqu'à 100 millions, et peut-être qu'au vingtième siècle nos petits-neveux verront à l'Hippodrome des chimpanzés suffisamment instruits pour compter sur tous leurs doigts, en faisant de l'Arithmétique à quatre pattes. Ils dépasseront ainsi, en intelligence et en savoir, le célèbre chien Munito, qui fut si habile au jeu de dominos. C'est probablement à cause de la conformation de leurs membres que les ânes ont la réputation de ne pas savoir compter; leurs doigts sont renfermés dans des sabots; il leur serait donc assez

difficile de compter jusqu'à quatre; encore faudrait-il qu'ils eussent les quatre fers en l'air. Pauvres baudets!

Nous avons revu dernièrement notre industriel de la foire; il opérait sur la place Saint-Michel, à côté de la fontaine. Il paraît que le commerce de l'Arithmétique ne l'a pas enrichi; il n'en fait plus qu'un jour sur deux. Dans les intervalles, il vend en petites boîtes le poil qui sert d'édredon aux graines de *Siliqua hirsuta, dolichos* et *mucuna pruriens,* que nous ne saurions nommer en français, mais que les Danois, avec malice, appellent *pica-pica.* Quant à sa méthode de calcul, nous la retrouverons plus tard dans l'un des articles que nous consacrerons à l'étude des différentes manières de simplifier la multiplication.



L'EXPRESSION DES NOMBRES CHEZ LES MASSAÏ.

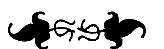
Le voyageur anglais Joseph Thomson vient d'ajouter un important détail à ceux qu'il avait déjà donnés sur les populations de l'Afrique centrale, et notamment sur les *Massaï,* en expliquant de quelle manière cette belliqueuse nation exprime les noms de nombre. C'est par un geste correspondant au mot, et dont on fait toujours suivre l'énoncé du nombre, quand on ne se contente pas de l'indiquer par ce geste. Voici la série des signes conventionnels :

NOMBRES.	EN LANGUE MASSAÏ.	GESTE COMPLÉMENTAIRE.
1.	— *Nabo*.............	Doigt indicateur levé verticalement.
2.	— *Aré*...............	Indicateur et médian dans l'extension, mis alternativement d'avant en arrière et d'arrière en avant.

NOMBRES.	EN LANGUE MASSAÏ.	GESTE COMPLÉMENTAIRE.
3.	— *Ouni*	Le pouce et les deux premiers doigts rassemblés bout à bout.
4.	— *Ounghouani*	Indicateur et médian chevauchant l'un sur l'autre.
5.	— *Oumiet*	Pouce placé entre l'indicateur et le médian.
6.	— *Ilé*	Pouce grattant l'ongle de l'indicateur.
7.	— *Nabichand*	Main ouverte.
8.	— *Ousiet*	Main ouverte placée verticalement et mise de haut en bas.
9.	— *Naoudo*	Pouce et indicateur placés bout à bout de manière à figurer un rond.
10.	— *Tomon*	Indicateur passé sur l'ongle du pouce.
11.	— *Tomoni-obouo*	Même signe que pour 10, accompagné du signe correspondant à 1.
20.	— *Tikitoum*	La main ouverte et fermée brusquement.
21.	— *Tikitoum-o-nabo*	Même signe que pour 20, accompagné du signe correspondant à 1.
30.	— *Othman*	Indicateur dans l'extension, agité par un mouvement circulaire du poignet.
40.	— *Artoum*	La main ouverte est verticale comme pour 8, mais animée d'un mouvement circulaire.
50.	— *Ounoum*	Pouce entre l'indicateur et le médian et toute la main animée d'un mouvement circulaire.
60.	- *Tomoni-ilé*	Ongle du pouce frottant l'ongle du médian.
70.	— *Tomoni-nabichana.*	Signe douteux.
80.	— *Tomoni-ousiet*	Même signe que pour 8, mais toujours précédé du nom verbal.
90.	— *Tomoni-naoudo*	Même signe que pour 9, mais toujours précédé du nom verbal.
100.	— *Ipé*	La main fermée et ouverte à une ou deux reprises.

Ce système de numération est peut-être, au point de vue anthropologique, le plus intéressant qui ait jamais été enregistré. On peut le considérer comme un alphabet préhistorique des sourds-muets, et un débris vénérable du temps où l'homme n'était pas encore arrivé au langage articulé. Mais ce qui est peut-

être plus curieux encore, c'est de trouver le système décimal inauguré dans cette numération rudimentaire.



L'ARITHMÉTIQUE AU TEMPS DE CHARLEMAGNE.

Au commencement du VIII[e] siècle de notre ère, Bède avait une très grande érudition pour son temps; il écrivait sur beaucoup de matières différentes, sur la Musique et l'Astronomie, sur la Gnomonique et l'Astrolabe, et aussi sur l'Arithmétique. C'est dans un de ses livres, ayant pour titre *De arithmeticis propositionibus*, que l'on trouve différentes manières de deviner un nombre pensé, et aussi un grand nombre de questions arithmétiques *ad acuendos juvenes*, qui montrent l'intention d'entretenir la culture des Mathématiques suivant le mode récréatif.

Un autre livre, *De loquelâ per gestum digitorum*, emprunté et reproduit par divers auteurs, et probablement par Léonard de Pise, montre à compter par les doigts et par les articulations.

Alcuin, disciple de Bède, fut comme lui un prodige d'érudition dans son temps; on lui attribue parfois le livre *De arithmeticis propositionibus* dont nous venons de parler.

« Nous nous bornerons à dire qu'il a écrit sur les sept arts libéraux, et en particulier sur l'Astronomie. Il ne nous est parvenu de ses Ouvrages que les parties qui traitent de la Grammaire et de la Rhétorique; on reconnaît qu'elles sont imitées des écrits de Cassiodore. La célébrité qu'Alcuin a conservée provient surtout de la part qu'il a prise dans la fondation des

Universités de Paris et de Pavie, et dans les efforts de Charlemagne pour résister au courant des ténèbres qui se répandaient sur l'Europe, et pour rallumer le flambeau de la science.

» Mais la scholastique prenait naissance, et l'élément religieux qui lui servait de base fut tout-puissant et occupa exclusivement les esprits. Aussi, chose très remarquable dans l'histoire, aux efforts mêmes de Charlemagne succéda précisément l'époque de la plus profonde ignorance. Elle dura près de deux siècles (¹). »



CORBEAUX ET CHIMPANZÉS CALCULATEURS.

On dit souvent que les corbeaux peuvent compter jusqu'à cinq ; voici l'origine de cette assertion. Un observateur ingénieux, Leroy, a fait des expériences pour arriver à connaître le degré d'intelligence des animaux. Ayant observé que les corbeaux ne reviennent pas à leur nid, tant que quelque personne reste dans le voisinage, il fit construire une hutte auprès d'un nid de corbeaux. Ayant envoyé un homme dans la hutte, les corbeaux ne s'approchaient que lorsque l'homme avait quitté la hutte. Le lendemain, il envoya deux hommes, puis l'un sortit de la hutte et l'autre y resta, les corbeaux ne revinrent qu'après le départ du second. Le jour suivant, il envoya trois hommes et le résultat fut le même. Enfin il fallut envoyer jusqu'à cinq ou six hommes pour tromper les corbeaux. Cet exemple prouve que les oiseaux peuvent compter jusqu'à cinq.

(¹) CHASLES, *Aperçu historique, etc.*, Géométrie chez les Occidentaux au moyen-âge. 3ᵉ édition. In-4° ; 1889 (Paris, Gauthier-Villars et fils).

M. Romanes apprit à compter à un chimpanzé du Jardin zoologique de Londres. Il lui demanda de prendre 1, 2, 3, 4 ou 5 brins de paille dans sa litière, et de les lui présenter. Il ne les recevait que lorsque l'animal lui présentait le nombre demandé. Après peu de temps, il comprenait parfaitement ce qu'on exigeait de lui, et se trompait rarement. Il n'est donc pas douteux qu'un animal est capable de distinguer entre les cinq premiers nombres et de comprendre le nom de chacun d'eux.

Si l'on en croit Montaigne, les bœufs sauraient même compter jusqu'à cent.

« Les bœufs qui servaient aux iardins royaux de Suse, pour les arrouser et tourner certaines grandes roues à puiser de l'eau, auxquelles il y avoit des bacquets attachés (comme il s'en veoid plusieurs en Languedoc), on leur avoit ordonné d'en tirer par iour iusques à cent tours chacun, dont ils étoient si accoustumez à ce nombre, qu'il estoit impossible, par aulcune force, de leur en faire tirer un tour davantage; et, ayants faict leur tasche, ils s'arrestoient tout court. Nous sommes en l'adolescence avant que nous sçachions compter iusques à cent, et venons de descouvrir des nations qui n'ont aulcune cognoissance des nombres. » (MONTAIGNE, *Essais*, Livre II, Chap. XII.)



EN AUSTRALIE.

Il n'y a pas de race, si inférieure qu'elle soit, incapable de compter au moyen des doigts et des orteils, dans des limites

assez étendues. On a souvent cité ce fait que, lorsqu'un homme a compté jusqu'à dix sur ses doigts et jusqu'à vingt en utilisant ses orteils, il peut aller au delà en comptant sur les pieds et les mains d'un autre homme. En général, les sauvages ont des mots pour exprimer les deux ou trois premiers nombres, et désignent les autres par combinaisons des premiers. Ainsi les Australiens de l'Ouest expriment les premiers nombres comme il suit :

Un : *Gyn, dombart.*
Deux : *Gudjal, gurdar.*
Trois : *Wahr-rang, mardyn.*
Quatre : *Gudjalin-gudjalin* (ou deux et deux).
Cinq : *Marh-jinbangas* (moitié des doigts).
Six : *Marh-jinbanga, gudgir gyn* (cinq et un).
Sept : *Marh-jinbanga, gudgir gudjal* (cinq et deux).
Quinze : *Mahr-jin, belli-belli-gudjir-jina-banga,* c'est-à-dire les deux mains et la moitié des pieds ([1]).

CHEZ LES ZOULOUS.

Chez les Zoulous, on exprime le nombre cinq, par la *moitié des mains;* pour exprimer six, ils disent *prendre le pouce,* et *un sur la main d'un autre homme* veut dire vingt et un. Partout l'Arithmétique a débuté par le calcul sur les doigts et les orteils, et c'est de là qu'est venue l'habitude de prendre cinq, dix, vingt, pour bases de la numération. C'est ce que nous faisons nous-mêmes, puisque nous employons la base cinq avec les chiffres

([1]) D'après le *Dictionnaire* compilé avec grand soin par G. F. Moore, avocat général de l'Australie de l'Ouest, et publié à Londres en 1842.

romains V, VI, VII; la base dix, avec le système décimal, et la base vingt dans quatre-vingts, quinze-vingts, cent-vingt. Ces bases sont employées dans le monde entier et cependant ne sont pas aussi commodes que le seraient six, douze et vingt-quatre. C'est à cause des ancêtres que les mathématiciens sont enchaînés au système décimal; les hommes de l'âge de pierre comptaient sur leurs doigts et la chaîne de la tradition est restée intacte depuis cette époque.



PAS D'ARITHMÉTIQUE, PEU D'INTELLIGENCE.

Dans une conférence faite à Bath, au congrès de l'Association britannique, l'éminent professeur John Lubbock disait que l'une des indications les plus claires de l'infériorité intellectuelle des sauvages est fournie par l'Arithmétique, et qu'ainsi, dans aucun dialecte de l'Australie, il n'existe de mot pour désigner le nombre cinq. Ils disent un, deux, un-deux, deux-deux, beaucoup; ils comptent sur leurs doigts pour des calculs simples. Si nous avions eu six doigts, ajoute-t-il, nous aurions une numération duodécimale bien préférable à beaucoup d'égards à notre système actuel.

A ce propos, dans le journal le *Times* du 29 septembre 1888, M. Pomingolarna raconte qu'il avait souvent employé des indigènes à écorcer des arbres pour construire des huttes. Ils étaient payés à tant par centaines d'écorces d'une certaine dimension. Pour se rendre compte du travail qu'ils avaient produit, ils prenaient des bâtons entaillés et toujours les nombres des coches étaient d'accord avec ceux des arbres écorcés. Dans le *Times* du 26 septembre, John Lubbock, lui-même, réfute les conclusions

de M. Pomingolarna. « L'absence de mots pour exprimer les nombres au delà de cinq me semble indiquer, dit-il, que dans leurs pérégrinations ordinaires, dans leurs transactions mutuelles, les Australiens ne connaissent pas les grands nombres, et c'est une indication très claire de leur état mental. »



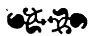
AU BENGALE.

Il est encore intéressant d'indiquer la méthode de calcul employée par lés Bengalais, qui passent pour les meilleurs calculateurs du monde entier. Les doigts d'une seule main leur fournissent le moyen de compter jusqu'à seize; chaque doigt, en exceptant le pouce, contient trois jointures et une extrémité, le bout du doigt. Ils comptent en touchant successivement chaque jointure avec le bout du pouce de la même main, en partant de la jointure inférieure du petit doigt, l'auriculaire, et en passant successivement aux suivants. Ils le font si rapidement qu'un commis hindou préfère souvent additionner machinalement huit et cinq en partant de la jointure qu'il sait représenter huit, le bout de l'annulaire et compter sur les cinq jointures suivantes, c'est-à-dire jusqu'à la base de l'indicateur, qu'il sait se nommer treize.

Si, à l'origine de ce mode de calcul, les Bengalais avaient eu l'idée de ne toucher que les trois phalanges, au lieu des quatre jointures, chaque main valait douze unités et le monde était peut-être doté de la numération duodécimale [1]. Mais il semble

[1] *Voir* le paragraphe intitulé *Quatre hommes et un caporal,* dans la Récréation suivante.

que cette manière de compter au Bengalais dérive du système de numération binaire, déjà connu en Chine, plus de trente siècles avant notre ère.



EN PALESTINE.

Nous terminerons cette récréation par l'exposé d'une méthode de calcul sur les doigts. Cette méthode fort remarquable est encore actuellement en usage chez les peuples de la Syrie et de la Palestine. Nous supposons que l'on connaisse de mémoire les résultats de la Table de multiplication jusqu'à cinq fois cinq, et que l'on ignore le reste de la Table de Pythagore. S'il s'agit du produit d'un nombre plus petit que cinq ou égal à cinq, par un nombre plus grand que cinq, que nous désignerons par $5 + a$, la multiplication se divise en deux autres, l'une par 5 et l'autre par a, et l'on fait la somme des deux produits.

Mais, lorsque les deux nombres à multiplier ne sont pas plus petits que 5, voici comment on opère en Palestine. La main ouverte, avec les doigts rapprochés, représente *cinq;* pour représenter *six,* on baisse l'auriculaire; pour représenter *sept,* on baisse deux doigts, l'auriculaire et l'annulaire; pour représenter *huit,* on baisse trois doigts et pour représenter *neuf,* on en baisse quatre.

Cela fait, on représente les deux facteurs avec les deux mains et la multiplication se fait par la règle suivante : 1° Ajouter les doigts baissés et les compter comme dizaines. 2° Multiplier les doigts levés et ajouter le produit compté pour les unités au nombre des dizaines déjà obtenues.

Par exemple, veut-on multiplier

SEPT.................. *deux doigts baissés, trois levés,*

par

NEUF................ *quatre doigts baissés, un levé,*

cela fait :

1°	*Quatre et deux doigts baissés*..................	60
2°	1×3 *doigts levés*....................	3
	Total.........	63

En général, on a, en désignant par *a* et *b* deux nombres quelconques, l'identité

$$(5+a)(5+b) = 10(a+b) + (5-a)(5-b).$$

Telle est la justification de ce joli procédé que nous recommandons aux maîtres d'école.



DEUXIÈME RÉCRÉATION.

—

LE CALCUL

ET LES MACHINES A CALCULER.

> « Il ne faut pas craindre de redire une vérité ancienne, lorsqu'on peut la rendre plus sensible par un meilleur tour, ou la joindre à une autre vérité qui l'éclaircisse. »
>
> (VAUVENARGUES. — *Pensées*.)



DEUXIÈME RÉCRÉATION.

—

LE CALCUL ET LES MACHINES A CALCULER.

Mesdames, Messieurs, [1]

_e Bureau de notre Association a bien voulu me confier le illeux honneur d'une conférence sur le calcul et sur les chines à calculer; je viens donc vous demander votre bienllante attention pour ce double motif : l'aridité du sujet et ıexpérience de l'orateur.



LA TAILLE DE LA BOULANGÈRE.

ORSQUE j'étais petit enfant, j'allais souvent chercher le pain, à quelques pas de la maison paternelle; la boulangère prenait ma petite taille... de bois, la plaçait près de sienne et faisait une coche sur toutes deux. Puis, j'emportais

[1]) Ce Chapitre est la reproduction de la conférence faite au théâtre Blois, le 8 septembre 1884, au Congrès de l'*Association française pour* *ancement des Sciences.*

mon pain, et sur ma taille le compte de la boulangère. Au bout de la quinzaine ou du mois, les coches se transformaient, pour celle-ci, en beaux écus sonnants; c'est que le nombre des coches représentait le nombre des pains pris à crédit et que la somme encaissée était le résultat de la multiplication des pains par le prix de chacun d'eux.

Ne rions pas trop de cette historiette; elle contient son enseignement, car elle nous permet de retenir ce que nous avons tous appris dès l'enfance, que le nombre est indépendant de la forme, de la nature, de la place des objets, que l'on obtient tous les nombres en ajoutant continuellement l'unité à elle-même et que la multiplication est le résultat de l'addition de nombres égaux. Voilà ce que contient le compte de la boulangère.



AMPÈRE ET SES HARICOTS.

La faculté qui, chez Ampère, se développa la première fut celle du calcul arithmétique. Avant même de connaître les chiffres et de savoir les tracer, il faisait de longues opérations au moyen d'un nombre très borné de petits cailloux ou de haricots. Peut-être était-il déjà sur la voie des ingénieuses méthodes des Hindous; peut-être ses cailloux se combinaient-ils entre eux comme les grains enfilés sur plusieurs lignes parallèles, que les brahmanes de Pondichéry, de Calcutta et de Bénarès manient avec tant de rapidité, de précision, de sûreté. Maintenant, s'il faut montrer à quel point extraordinaire l'amour du calcul s'était emparé du jeune écolier, nous dirons que la tendresse

maternelle l'ayant privé, pendant une grave maladie, de ses chers petits haricots, il y suppléa avec les morceaux d'un biscuit qui lui avait été accordé après trois jours d'une diète absolue. Nous n'insisterons pas davantage sur cette anecdote, et nous ajouterons avec Arago, à qui nous l'avons empruntée : « Je suis loin de la présenter comme un indice incontestable de la future vocation d'Ampère. Je sais qu'il est des enfants dont rien ne peut surmonter l'apathie, et que d'autres, au contraire, s'intéressent de tout, s'amusent de tout, même d'opérations arithmétiques sans but. Se récrie-t-on sur cette dernière circonstance ? Quelqu'un s'avise-t-il de la taxer d'exagération, de placer les calculs numériques au nombre de ces choses dont le besoin, le devoir peuvent seuls faire surmonter le dégoût ? Ma réponse est toute prête. Je citerai non de simples écoliers, mais un savant distingué à qui je témoignais un jour ma surprise de le voir, en pleine séance académique, entreprendre la multiplication de deux énormes lignes de chiffres, pris au hasard. — Vous oubliez, me répondit-il sur-le-champ, vous oubliez le plaisir que j'éprouverai tout à l'heure à faire la preuve du calcul par la division. »



LE CALCUL MENTAL.

Il est souvent facile de développer chez les enfants la pratique et le goût du calcul mental. J'ai connu autrefois un instituteur dont la plupart des élèves, de huit à douze ans, savaient par cœur la Table de Pythagore étendue jusqu'à cent fois cent, et qui calculaient rapidement de tête les produits de deux nombres de

quatre chiffres. Parfois cette faculté se développe chez quelques individus d'une façon vraiment extraordinaire; c'est le cas de Mangiamelli, le berger sicilien, et d'Henri Mondeux, le pâtre de la Touraine; ils opéraient les multiplications et les divisions par paquets de trois chiffres.

Il ne faudrait pas laisser se développer outre mesure, chez les enfants, cette faculté du calcul mental; mais il est bon, pourtant, de la leur faire acquérir dans le jeune âge. Elle se conserve plus tard et facilite beaucoup l'étude de toutes les sciences. Les plus grands mathématiciens ne l'ont point dédaignée; ainsi Euler et Wallis étaient, en même temps que savants illustres, des calculateurs émérites. Ils résolvaient, sans le secours de la plume ou du crayon, les problèmes numériques et algébriques les plus compliqués. Wallis était doué d'une mémoire prodigieuse; il lui arriva, une nuit, d'extraire de tête la racine carrée d'un nombre de cinquante chiffres, et de la dicter le lendemain. Au tableau ou sur le papier, cette opération me demanderait plus d'une heure, et encore ne serais-je pas bien assuré de l'exactitude du résultat.



LE CALCUL ANTI-LÉTHARGIQUE.

Nous terminerons cette digression sur le calcul mental par l'anecdote suivante que nous empruntons à la biographie de Monge par Arago. Lagny était un membre distingué de l'ancienne Académie des Sciences : il adorait les calculs numériques. Il a donné notamment les 154 premières décimales du rapport de la circonférence au diamètre. Vers la fin de sa vie, dans une

grave maladie, il était tombé dans un tel état d'insensibilité, que depuis plusieurs jours on n'avait pas réussi à lui arracher une syllabe; mais un de ses amis lui ayant murmuré à l'oreille : Combien font douze fois douze ? il répondit aussitôt : 144. C'est ainsi que le malade fut réveillé de sa léthargie. Inversement, on pourrait, par ce procédé, constater la mort des calculateurs; c'est à la suite de l'application à Monge d'un procédé semblable, que l'on perdit tout espoir de le sauver et que l'on put prédire sa fin prochaine. Il n'avait point tressailli à l'audition de la *Marseillaise!*

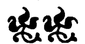


LES ÉCHELLES ARITHMÉTIQUES.

L'Arithmétique a pour but l'étude des propriétés des nombres, de leurs combinaisons et de leurs transformations. Dans cette recherche, on emploie les systèmes de numération, et plus particulièrement celui de la numération décimale. Nous verrons plus loin que la numération décimale parlée était connue des anciens peuples de la Grèce, mais qu'il n'en était pas de même de la numération chiffrée. C'est aux Chinois et aux Hindous que l'on doit l'idée ingénieuse des échelles arithmétiques, de cet heureux moyen de représenter tous les nombres avec peu de signes et d'exécuter par des opérations techniques très simples des calculs auxquels l'intelligence humaine, livrée à elle-même, ne pourrait atteindre. C'est là, dit Condorcet, le premier exemple de ces méthodes qui doublent ses forces, et à l'aide desquelles elle peut reculer indéfiniment ses limites, sans qu'on puisse fixer un terme où il lui soit interdit de parvenir.

Cependant nous ferons observer que les propriétés les plus

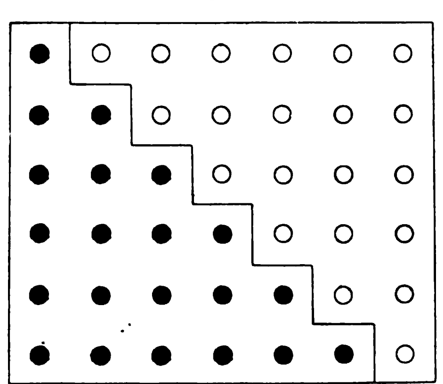
importantes des nombres sont indépendantes des systèmes de numération; l'arithméticien emploie ceux-ci dans son analyse, comme le chimiste se sert des fioles et des cornues. Nous donnerons deux exemples de ces propriétés qui nous seront utiles dans la suite, et que nous tirerons de l'observation du vol des grues et du carré de choux.



LE VOL DES GRUES.

Les grues voyagent disposées régulièrement en triangles;

Fig. 5.



Le vol des grues.

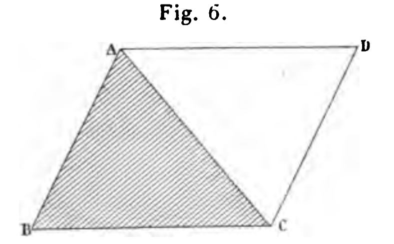
comment déterminer le nombre de ces oiseaux lorsque l'on connaît le nombre des files? En d'autres termes, supposons que l'on ait formé tous les nombres à partir de l'unité jusqu'à une certaine limite et que l'on veuille trouver le total des unités renfermées

dans cette collection. Pour fixer les idées, cherchons la somme des six premiers nombres, c'est-à-dire le nombre d'unités représentées à gauche de la ligne brisée (*fig.* 5) par des pions noirs.

Représentons par des pions blancs, à droite de cette ligne, les nombres pris dans l'ordre inverse; on voit tout de suite que chaque ligne horizontale contient six unités plus une; et, puisqu'il y a six lignes, le nombre des unités du tableau est six fois sept; donc le nombre cherché est la moitié de 42 ou 21. Le procédé de raisonnement s'applique évidemment à un nombre quelconque, et ainsi la somme des cent premiers nombres est la moitié de cent fois cent-un, ou 5050. Donc, pour obtenir la somme de tous les nombres, à partir de l'unité jusqu'à un nombre donné, il suffit de prendre la moitié du produit de ce nombre par le suivant.

Ce mode de raisonnement a son analogue, dans les éléments

Fig. 6.



L'aire du triangle.

de Géométrie, lorsque l'on démontre que la superficie du triangle ABC (*fig.* 6) est la moitié de celle du parallélogramme ABCD, de même base et de même hauteur. Et d'ailleurs, si l'on y réfléchit attentivement, le théorème arithmétique et le théorème géométrique n'en font qu'un. C'est qu'en effet les vérités de l'ordre

mathématique sont beaucoup moins nombreuses qu'on ne le croit généralement; et souvent deux vérités, qui paraissent distinctes dès l'abord, sont les mêmes et ne diffèrent, pour ainsi dire, que par le vêtement qui les couvre.



LES NOMBRES TRIANGULAIRES.

On appelle ***nombres triangulaires*** les nombres que nous venons d'apprendre à calculer, et qui représentent toutes collections d'objets disposés régulièrement en triangles; c'est, par exemple, le nombre des projectiles contenus dans la tranche horizontale d'une pile triangulaire de boulets ou dans la tranche verticale d'une pile prismatique d'obus. Leur théorie a pris naissance, sur les bords du Nil, à une époque reculée; elle a été développée par Diophante, le père de l'Arithmétique, à l'école d'Alexandrie. On trouve dans son traité la proposition suivante qui donne la condition nécessaire et suffisante pour qu'un nombre donné soit triangulaire : ***L'octuple d'un nombre triangulaire, augmenté de l'unité, est un carré parfait*** (1).

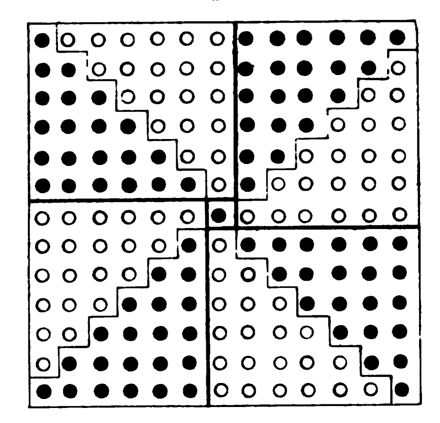
Cette propriété devient évidente sur simple lecture du tableau (*fig.* 7).

Comme nous l'avons fait remarquer, il est probable que la connaissance de ces nombres provient de l'observation du vol des oiseaux, et notamment du passage des grues et des cigognes, des flamants et des ibis qui volent éparpillés en triangles. Quoi qu'il

(1) Algébriquement $8\,\frac{n(n+1)}{2}+1=(2n+1)^2$.

en soit de l'origine de ce calcul, je me suis laissé dire que c'est à l'observation des mœurs de ces oiseaux au long bec que les prêtres égyptiens doivent la connaissance de ce précieux et ridicule in-

Fig. 7.



Un théorème de Diophante.

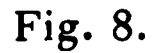
strument médical, de forme cylindrique, dont on trouve la description et le mode de fonctionnement dans les comédies de Molière.

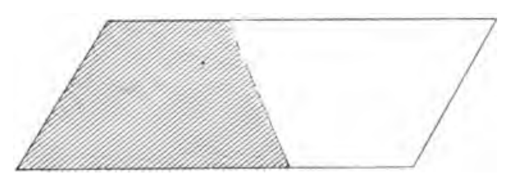
On appelle ***progression arithmétique*** une suite de nombres tels que chacun d'eux est égal au précédent, augmenté d'un nombre constant que l'on appelle la *raison* de la progression; ainsi les nombres impairs

$$1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11,\ 13,\ \ldots$$

forment, à partir de l'un quelconque d'entre eux, une progression arithmétique de raison 2. On démontre comme précédemment

que la somme des termes d'une progression est le produit du nombre des termes par la demi-somme des termes extrêmes ; et, de même, la superficie du trapèze est la moitié de celle du paral-


Fig. 8.



L'aire du trapèze.

lélogramme de même hauteur et dont la base est la somme des bases du trapèze (*fig.* 8).

Nous empruntons à Platon notre second exemple.



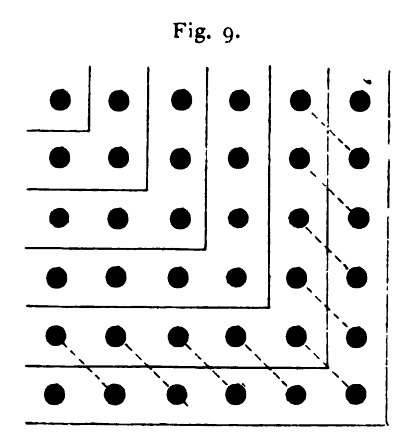
UN CARRÉ DE CHOUX.

La *fig.* 9 représente un carré de choux. Pour avoir le nombre des choux renfermés dans le carré, il suffit de multiplier par lui-même le nombre des choux placés sur l'un des côtés. Nous avons tracé des lignes représentant les enceintes successives pour les carrés contenant 1, 2, 3, 4, 5, 6 choux sur le côté; voyons maintenant la différence du nombre des choux dans un carré et dans le suivant; si l'on compte les choux renfermés entre deux enceintes successives, on trouve les nombres impairs

1, 3, 5, 7, 9, 11,

et l'on se convainc facilement, par la vue des petites lignes pointillées, que, d'une enceinte à la suivante, le nombre des choux augmente de deux unités. Par conséquent, on obtient immédiatement cette proposition : La somme des premiers nombres im-

Fig. 9.



Le carré de choux.

pairs, à partir de 1, est le carré de leur nombre, et ainsi, par exemple, la somme des cent premiers nombres impairs de 1 à 199 est cent fois cent ou 10 000.



LA TABLE DES CARRÉS.

Supposons maintenant que l'on veuille faire une table des carrés de tous les nombres jusqu'à 1000, par exemple; il est évident que l'on peut faire un millier de multiplications de 2 par 2, 3 par 3, ..., 999 par 999; c'est la méthode qui se présente le plus natu-

rellement à l'esprit. Cette méthode ne vaut rien; elle est très longue et manque de procédés de vérification. Chacune des multiplications est indépendante des autres et ne peut d'ailleurs se vérifier par le renversement de l'ordre des facteurs, puisque ceux-ci sont égaux. Nous exposerons une autre méthode plus expéditive et plus sûre. La *fig.* 10 représente le calcul de la table des dix premiers carrés; la colonne D_2, que l'on peut se dispenser d'écrire, contient des nombres égaux à 2; la colonne D_1 représente la suite des nombres impairs et s'écrit au courant de la plume; on forme ensuite la colonne Q d'après la loi suivante pour tous les nombres de la table. *Un nombre quelconque est égal à celui qui est place au-dessus de lui dans la même colonne, augmenté de celui qui suit dans la même ligne;* ainsi $81 = 64 + 17$ et $19 = 17 + 2$. Mille additions de deux nombres suffisent donc pour construire cette table jusqu'au carré de 1000. Mais ici, direz-vous, les résultats dépendent tous les uns des autres; une erreur quelconque s'ajoutera aux suivantes et, faisant l'effet de la boule de neige qui devient avalanche, bouleversera toute la suite des calculs. Il est facile de remédier à cet inconvénient. Lorsque l'on a obtenu les carrés des dix premiers nombres, il suffit d'ajouter deux zéros pour avoir ceux des nombres 10, 20, 30, 40, ..., 90; on les écrit immédiatement à la place qu'ils doivent occuper, et l'on doit retrouver ces nombres dans le courant des opérations.

Nous ne saurions mieux juger les deux méthodes que par la comparaison suivante. Deux personnes partent en même temps pour une même destination; la première a les yeux bandés et se dirige à tâtons, à travers les champs, les bois et les précipices; l'autre monte en voiture, sur une route bien droite, bien éclairée, et les bornes kilométriques lui montrent continuellement le che-

min. Il est certain que la seconde personne atteindra rapidement le but; il est douteux que la première y parvienne sans périls.

On appelle *progression arithmétique du second degré* une

Fig. 10.

N.	Q.	D_1.	D_2.
1	1	3	2
2	4	5	2
3	9	7	2
4	16	9	2
5	25	11	2
6	36	13	2
7	49	15	2
8	64	17	2
9	81	19	
10	100		

Les carrés.

Fig. 11.

N.	T.	D_1.	D_2.
1	1	2	1
2	3	3	1
3	6	4	1
4	10	5	1
5	15	6	1
6	21	7	1
7	28	8	1
8	36	9	1
9	45	10	
10	55		

Les triangulaires.

suite de nombres tels que, si l'on forme la série des excès de chacun d'eux sur le précédent, on obtienne des nombres en progression arithmétique; ainsi la suite des carrés est une progression de second ordre; il en est de même de celle des nombres triangulaires (*fig.* 11).



LA TABLE DES CUBES.

Il existe de même des progressions arithmétiques du troisième ordre, du quatrième ordre et ainsi à l'infini. Toutes ces progressions se calculent de la même façon ; nous prendrons pour exemple

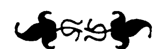
Fig. 12.

N.	C.	D_1.	D_2.	D_3.
1	1	7	12	6
2	8	19	18	6
3	27	37	24	6
4	64	61	30	6
5	125	91	36	6
6	216	127	42	6
7	343	169	48	6
8	512	217	54	
9	729	271		
10	1000			

Les cubes.

la suite des cubes des nombres entiers qui forment une progression arithmétique du troisième ordre (*fig.* 12). On calcule directement les quatre premiers termes 1, 8, 27, 64; puis, par soustraction, les trois premiers termes de la colonne D_1; les deux premiers de la colonne D_2, et enfin le premier terme de D_3; le reste du tableau se complète par la loi indiquée plus haut.

Je dois vraiment m'excuser d'entrer dans tous ces détails ; mais ces explications sont nécessaires pour bien faire comprendre le rôle et la classification des machines à calculer. La méthode que je viens d'exposer appartient au *Calcul par différences* et s'applique à tous les genres de calcul, soit pour les recueils de comptes tout faits, pour les journées d'ouvriers, pour les Tables d'intérêts et d'annuités, d'amortissements et d'assurances, pour les Tables de logarithmes, pour les Tables astronomiques, les almanachs nautiques, la *Connaissance des Temps*, l'*Annuaire du Bureau des Longitudes*, pour la résolution des équations numériques, etc. Son emploi est aussi pratique qu'universel ; aussi devons-nous regretter que les premiers principes de ce calcul aient été supprimés, en même temps que ceux de la Mécanique, du programme des connaissances exigées pour l'admission à l'École Polytechnique et aux autres Écoles du gouvernement.



LES PROGRESSIONS GÉOMÉTRIQUES ET LES NUMÉRATIONS.

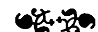
La numération est basée sur la théorie des *progressions géométriques*. On appelle ainsi une suite de nombres tels que chacun d'eux est égal au précédent multiplié par un nombre fixe que l'on appelle encore *raison* de la progression. Ainsi les nombres

$$1, 10, 100, 1000, 10000, \ldots$$

forment une progression de raison *dix,* ou la *progression décimale;* de même les nombres

1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, ...

forment une progression de raison *deux* ou la *progression binaire.* C'est à Archimède que l'on doit la théorie des progressions arithmétiques et géométriques. Dans son immortel Ouvrage intitulé *l'Arénaire,* il entrevoit la numération décimale écrite; voici ce qu'il écrivait au roi de Syracuse, près de trois siècles avant l'ère chrétienne :



L'ARÉNAIRE D'ARCHIMÈDE.

« Beaucoup de personnes pensent, ô roi Gélon, que le nombre des grains de sable est infini; non pas de celui seulement qu'on trouve aux environs de Syracuse et sur toute la Sicile, mais de celui qui est répandu sur toutes les parties de la Terre, habitées et non habitées. D'autres, bien qu'elles ne regardent pas ce nombre comme infini, pensent qu'il n'existe pas de grandeur, qu'on ne peut dire le nom d'une grandeur surpassant la multiplicité de ces grains. Par là, il est évident que les personnes de cette opinion, si elles imaginaient un tas de sable capable de remplir et de niveler toutes les profondeurs de la mer, toutes les cavités de la Terre jusqu'aux sommets des plus hautes montagnes, soutiendraient encore bien plus qu'il est impossible d'assigner un nombre supérieur aux grains d'un tel tas. Mais moi, je vais essayer de faire voir le contraire par des démonstrations irrécusables, au moyen desquelles tu pourras reconnaître que quelques-uns des

nombres que j'ai dénommés dans mes livres adressés à Zeuxippe [1] surpassent non seulement le nombre des grains de sable qui puissent remplir toute la Terre, mais encore la masse de sable égale en volume à tout l'Univers. »

Pour Archimède, ce dernier mot désigne la sphère des planètes ou du système solaire. D'après des observations qui portent l'empreinte de son génie, Archimède conclut que le diamètre de l'Univers est moindre que 10 millions de stades ou, en mesures métriques, 180 000 myriamètres, ce qui représente assez approximativement la distance du Soleil à Saturne. D'autre part, l'expérience lui apprend qu'un grain de pavot a un diamètre plus petit qu'un quarantième de doigt, ou 468 millièmes de millimètre, et que le volume de ce même grain de pavot équivaut à celui de dix mille grains de sable. Il a maintenant tous les éléments de la solution.

MYRIADES ET OCTADES.

Archimède démontre ensuite que les volumes de deux sphères sont dans le rapport des cubes de leurs diamètres : il obtient ainsi le rapport des volumes de la sphère solaire et du pavot; en multipliant ce rapport par 10 000, il a le nombre des grains de sable qui rempliraient tout l'espace planétaire. Voici comment Archimède cherche à exprimer ce nombre immense. Les Grecs, comme tous les peuples anciens, se servaient de la numération décimale parlée et employaient les cinq mots : unité, dizaine, centaine,

(1) Ces livres sont malheureusement perdus.

mille et myriade. Puis, les unités suivantes des divers ordres se disaient ainsi : dix myriades, cent myriades, mille myriades, myriade de myriades, et ainsi de suite, en répétant sans cesse les mêmes mots. Mais ils n'avaient pas d'autres mots pour compter ; n'ayant pas eu à considérer ces nombres immenses, ils ont ignoré les milliards!

Donc Archimède considère la progression décimale, mais sans employer le zéro et les exposants,

$$
\begin{array}{llllll}
1, & 10^1, & 10^2, & \ldots & \ldots, & 10^7, \\
10^8, & 10^9, & 10^{10}, & \ldots & \ldots & 10^{15}, \\
10^{16}, & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots
\end{array}
$$

il appelle *octade* l'ensemble de huit termes consécutifs et trouve, tous calculs faits, que le nombre des grains de sable qui rempliraient le monde solaire est moindre que le dernier terme de la huitième octade, 10^{63}, c'est-à-dire que l'unité suivie de soixante-trois zéros. « Je sais bien, ô roi Gélon — dit-il en terminant, — que ces résultats paraîtront incroyables au vulgaire, à tous ceux qui sont inexpérimentés dans les sciences mathématiques ; mais cela paraîtra suffisamment croyable, vu les preuves, à ceux qui s'y sont essayés et qui ont fait des recherches sur les distances des corps célestes, sur la grandeur de la Terre, du Soleil, de la Lune et de l'Univers entier ; c'est pour cela que j'ai jugé convenable de consacrer à cet objet quelques méditations. »



LA CAVERNE D'ALI BABA.

Dans le même Ouvrage, Archimède observe encore que le produit de deux termes d'une progression géométrique ayant pour premier terme l'unité s'obtient en ajoutant les rangs qu'ils occupent à partir de l'unité; c'est là l'embryon de cette admirable théorie des logarithmes qui ne vint au monde que deux mille ans plus tard, et qui sert de fondement aux ***règles et cercles à calcul*** dont nous parlons plus loin. Il considère les progressions géométriques indéfiniment prolongées dont la raison est plus petite que l'unité, et trouve la limite de la somme de leurs termes lorsque le nombre en augmente indéfiniment. Plus particulièrement, avec la progression géométrique

$$\frac{1}{4}, \quad \frac{1}{16}, \quad \frac{1}{64}, \quad \ldots$$

de raison $\frac{1}{4}$ et dont la somme des termes a $\frac{1}{3}$ pour limite, il obtient le volume de la pyramide et l'aire du segment de parabole, en montrant que les deux résultats proviennent du même théorème arithmétique. Il dit encore que les termes d'une progression géométrique, dont la raison surpasse l'unité d'une quantité aussi petite que l'on veut, arrivent à dépasser les termes correspondants d'une progression arithmétique dont la raison est aussi grande qu'on voudra. Nous citerons de ce fait analytique le résultat suivant. Supposons que l'on ait placé, au commencement de l'ère chrétienne, un centime à intérêts composés au taux de 5 pour 100 par an, et que l'on demande d'évaluer la somme produite par la capitalisation des intérêts à l'époque

actuelle. Il faut calculer le 1884e terme d'une progression géométrique commençant à 0^{fr},01 et ayant pour raison 1,05 ; c'est un nombre dont la partie entière a 38 chiffres. Pour nous faire une idée de cette somme véritablement prodigieuse, nous ne pourrions même pas la comparer à la totalité des métaux renfermés dans le sein de la terre. Mais prenons pour unité la somme représentée par une sphère d'or pur, dont le volume serait égal à celui de la Terre. Eh bien, si l'on suppose qu'une telle sphère tombe de minute en minute depuis le commencement de l'ère chrétienne, il faut encore attendre trois siècles pour que la somme représentée par toutes ces immenses boules d'or, au nombre de plus d'un milliard, soit égale à la valeur actuelle de notre centime capitalisé !



TÉLÉGRAPHIE MILITAIRE SOUS HÉLIOGABALE.

Nous complétons ces renseignements historiques par l'indication d'un document dans lequel on rencontre, avec le germe de la numération décimale écrite, celui de la télégraphie optique appliquée à l'art militaire [1]. Dans une collection d'auteurs grecs et latins publiée à l'Imprimerie royale de Paris, en 1693 [2],

(1) M. le commandant de Rochas, chef du génie à Blois, vient de terminer un intéressant travail *Sur les signaux de feux et la télégraphie optique chez les anciens.*

(2) *Veterum mathematicorum Athenæi, Bitonis, Apollodori, Philonis et aliorum opera, græce et latine, nunc primum edita.* In-folio. L'ouvrage de Sexte-Jule n'est qu'une copie des commentaires d'Œneas et d'autres auteurs plus anciens. Une traduction française des *Cestes* a été donnée dans les *Mémoires critiques et historiques sur plusieurs points d'antiquité militaire* de Guichard (t. III, p. 273).

on trouve un Ouvrage de Sexte-Jule Africain, auteur qui vécut en Orient, sous Héliogabale, au IIIe siècle de notre ère. Cet Ouvrage, qui a pour titre : *Cestes,* c'est-à-dire les *Broderies* ou les *Bigarrures,* est divisé en soixante-dix-sept Chapitres; dans l'avant-dernier, l'auteur parle de l'emploi des fanaux comme signaux de guerre et exprime son admiration de l'usage qu'en font les Romains pour faire connaître au loin la force d'une troupe. A cet effet, dit-il, ils préparent trois espaces, à droite, au milieu, à gauche; dans chacun, ils allument depuis un jusqu'à neuf feux; mais ceux qui sont dans l'espace à gauche désignent des unités; ceux du centre, des dizaines, et ceux de l'espace à droite des centaines. De là, au système de la numération écrite, il n'y avait qu'un pas à franchir; cependant il paraît probable que les Romains ne l'ont pas fait, toujours à cause de l'absence du zéro.



UN OBSCUR INVENTEUR.

En revenant à notre sujet, nous dirons que, dans une excellente et lumineuse étude de *l'Arénaire,* Michel Chasles, notre Archimède des temps modernes, a montré que si les anciens connaissaient la numération décimale parlée, ils ne connaissaient pas la numération décimale écrite, attendu qu'ils ignoraient le fonctionnement du zéro. Il a parfaitement établi que les abaques servaient, pour le calcul, à traiter les unités des différents ordres comme des unités complexes; ces appareils disparurent presque entièrement lors de l'introduction de la numération hindoue-arabe avec son zéro, qui constitue l'Arithmétique de position.

L'histoire ne dit pas, ou du moins je l'ignore, le nom de celui qui imagina, le premier, la numération écrite, tandis que Barême s'est immortalisé en livrant à l'éditeur des calculs d'écolier. Donc salut à toi, savant anonyme, bonze indien ou mandarin chinois, génie inconnu et mystérieux que la Grèce eût placé au rang des dieux ignorés. Salut! car tu as inventé le zéro! C'est de ce rien que naquit le calcul!



LES ABAQUES.

Les anciens Tartares avaient, pour s'entendre, des *Khé-mou* ou bâtonnets entaillés d'une manière convenue; ils s'en servaient pour communiquer d'une horde à l'autre; ces bâtonnets indiquaient, en temps d'expédition, le nombre d'hommes et de chevaux que chaque campement devait fournir. Les habitants du Pérou, au temps des Incas, avaient des cordelettes nouées qu'ils appelaient *Quippòs;* ces cordelettes étaient de différentes couleurs; on pouvait les nouer de mille manières, et le nombre des nœuds, leurs dispositions, leurs enchevêtrements avec des bâtonnets, leurs situations sur un anneau central en métal ou en os, permettaient d'exprimer un très grand nombre d'idées (1); les Péruviens étaient parvenus à produire ainsi une série considérable de nombres.

Dans les établissements d'instruction pour le premier âge, dans les salles d'asile, on apprend le calcul aux enfants avec des

(1) Certaines personnes procèdent aujourd'hui d'une manière analogue en faisant un nœud à leur mouchoir pour se rappeler certaines choses.

abaques ou des bouliers; ce sont des appareils formés d'un cadre à dix tringles sur chacune desquelles sont enfilées dix petites boules; c'est le procédé le plus élémentaire pour compter. Les Chinois se servent encore de cet appareil, qu'ils manient avec une grande dextérité et qu'ils appellent *Souan-Pan;* les Russes l'appellent *Schtote.* On en trouve différents modèles, déjà anciens, dans les galeries du Conservatoire des Arts et Métiers; quelques-uns d'entre eux, doués d'une forme complètement symétrique par rapport à un axe transversal, servent peut-être encore, et servaient assurément autrefois, à certains jeux de combinaisons et de hasard.

Ainsi encore, ne dirait-on pas que la religieuse qui égrène son rosaire fait le compte de ses prières avec les lignes du boulier détachées de leur cadre et réunies en couronne? Une miniature de l'*Hortus deliciarum,* manuscrit du XIIe siècle, qui appartenait à la bibliothèque de Strasbourg, représente l'*Arithmétique* sous la figure d'une femme tenant à la main un chapelet à grains ou olives enfilées deux fois dans leur épaisseur; cette gravure est reproduite dans le XIXe volume des *Annales de la Philosophie chrétienne.*



LE NOUVEAU BOULIER UNIVERSEL.

Nous profiterons de la circonstance qui se présente aujourd'hui pour proposer une modification bien simple, mais qui nous paraît importante pour l'enseignement de l'Arithmétique élémentaire. C'est un damier vertical; les centres des cases sont garnis de pointes dans lesquelles on peut enfiler des pions blancs ou noirs

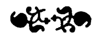
et percés dans leur milieu (*fig.* 13). Ne faisons point de distinc-

Fig. 13.

Le nouveau boulier universel.

tion entre les cases blanches et grises du damier; ce sera pour plus tard, lorsque nous ferons d'autres conférences sur l'Arithmétique, sur le tissage et sur les jeux de combinaisons. Au début, dix pions noirs sont placés sur les cases de la rangée horizontale

inférieure. Élevons successivement les pions à la droite en disant : un, deux, trois, quatre, ..., neuf. Nous voici au sommet de la colonne de droite, nous ne pouvons continuer; remettons ce pion à zéro dans sa colonne et élevons d'un rang le pion de la seconde colonne à droite; nous disons *dix*. Puis, nous recommençons à droite, en comptant dix-un, dix-deux, ..., dix-neuf. Arrêtés de nouveau, nous abaissons à zéro, et nous élevons d'un rang le deuxième pion à droite, pour marquer vingt, et ainsi de suite. On écrit ainsi tous les nombres avec une notation analogue à celle des notes de la musique.



UN DAMIER FANTASTIQUE.

Notre nouvel abaque présente de grands avantages; nous observerons d'abord que, par son orientation, les chiffres de l'abaque sont écrits dans le même sens que ceux du nombre qu'ils représentent, tandis que, dans le boulier, les chiffres sont écrits de bas en haut. Mais reprenons nos dix pions et plaçons-les, par exemple, en montant de trois en trois étages quand nous passons d'une colonne à la suivante, et en continuant à compter du bas du damier lorsque l'on arrive en haut. Nous formons ainsi le nombre 0369258147, qui n'a rien de particulier en Arithmétique; mais, au point de vue du dessin, il est très important. C'est l'indication que donne le fabricant d'étoffes à son contremaître pour le montage du métier, lorsqu'il veut obtenir un satin carré sur dix fils de chaîne.

Notre damier peut représenter tous les nombres du système

décimal jusqu'à dix milliards; nous observerons d'ailleurs que, pour les nombres qui dépassent cette limite, on peut ajouter à gauche des colonnes en nombre quelconque. Supposons que l'on ait accolé deux damiers semblables; on pourra ainsi représenter tous les nombres jusqu'à celui qui s'écrit avec l'unité suivie de vingt zéros ou cent quintillions; mais, si l'on voulait former successivement tous ces nombres sur le tableau, en admettant que chaque mouvement ascensionnel ne durât qu'une seconde, il faudrait un temps supérieur à 300 millions de siècles!



QUATRE HOMMES ET UN CAPORAL.

Au lieu d'augmenter notre damier dans le sens horizontal, on comprend bien qu'on peut l'augmenter ou le diminuer dans le sens vertical; par conséquent, au lieu de compter les nombres par dizaines, par centaines ou groupes de dix dizaines, par mille ou groupes de dix centaines, ..., on aurait pu les compter par douzaines, par grosses ou groupes de douze douzaines, et ainsi de suite. Tout système de numération est donc fondé sur l'emploi d'unités de divers ordres dont chacune contient la précédente un même nombre de fois, ou, en d'autres termes, sur une progression géométrique commençant à un : c'est la raison de cette progression que l'on appelle la *base* du système.

Déjà Aristote avait observé que le nombre quatre pourrait très bien remplacer le nombre dix; Weigel publia, à ce sujet, en 1687, le plan d'une *Arithmétique tétractique*. Simon Stevin, de Bruges, mort en 1633, avait aussi imaginé le système de numération

duodécimale, se rapprochant beaucoup plus de notre manière de compter les mois de l'année, les heures du jour et les degrés de la circonférence; mais le changement du système actuel produirait trop d'inconvénients relativement aux petits avantages qui résulteraient du choix de la base douze. Le choix presque unanime du nombre dix, comme base de la numération, provient probablement de la conformation de la main. Cependant Auguste Comte a remarqué que la structure de la main, composée de quatre doigts à trois phalanges, ou de douze phalanges, permet de représenter, avec les deux pouces posés sur deux phalanges, tous les nombres jusqu'à treize fois douze ou cent cinquante-six ; alors les phalanges de la main gauche représentent l'unité, et celles de la main droite, la *grosse*. Par suite, on pourrait ainsi compter sur ses phalanges, dans le système duodécimal, plus facilement et plus loin que sur ses doigts, dans le système décimal. Mais de cet ingénieux système, on ne connaît plus guère aujourd'hui que la comparaison faite par Auguste Comte, des quatre doigts et du pouce de la main au peloton des quatre hommes et du caporal.



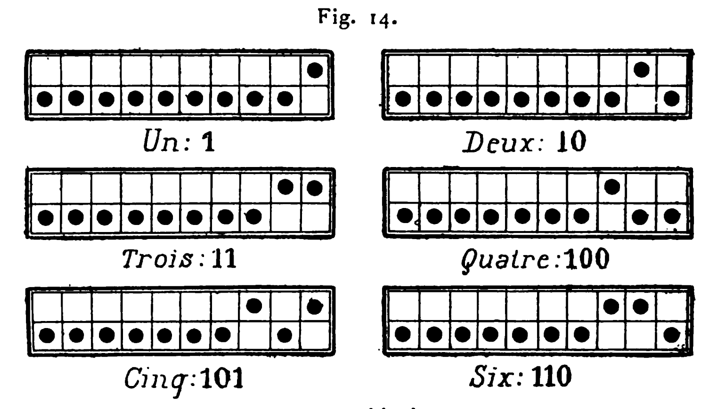
BOULIER BINAIRE.

Au lieu d'augmenter notre abaque de deux étages, afin d'expliquer le système duodécimal, on pourrait le remplacer par un rectangle ayant seulement deux étages de hauteur et une largeur quelconque. Nous aurons alors le système de numération binaire, et ainsi on pourrait écrire tous les nombres avec deux chiffres seulement, o et 1. Couvrons d'un voile les huit rangées supé-

rieures du damier et formons successivement les nombres dans le système binaire : voici un, deux, trois, quatre, cinq, six, et ainsi de suite (*fig.* 14); nous avons indiqué au-dessous leur représentation binaire.

Ce système donne l'explication d'un symbole chinois portant

Fig. 14.



L'abaque binaire.

le nom de *Je-Kim*, ou Livre des mutations, attribué à Fo-Hi, premier empereur et législateur de la Chine, qui vivait vers l'an 3000 avant notre ère, dix siècles avant Abraham. On lui attribue l'invention de la pêche, de la chasse, de la musique, de l'écriture, du calendrier, de l'usage du fer, etc.; on lui attribue encore l'institution du mariage, mais nous ne savons pas s'il avait prévu le divorce.



LA TOUR D'HANOÏ.

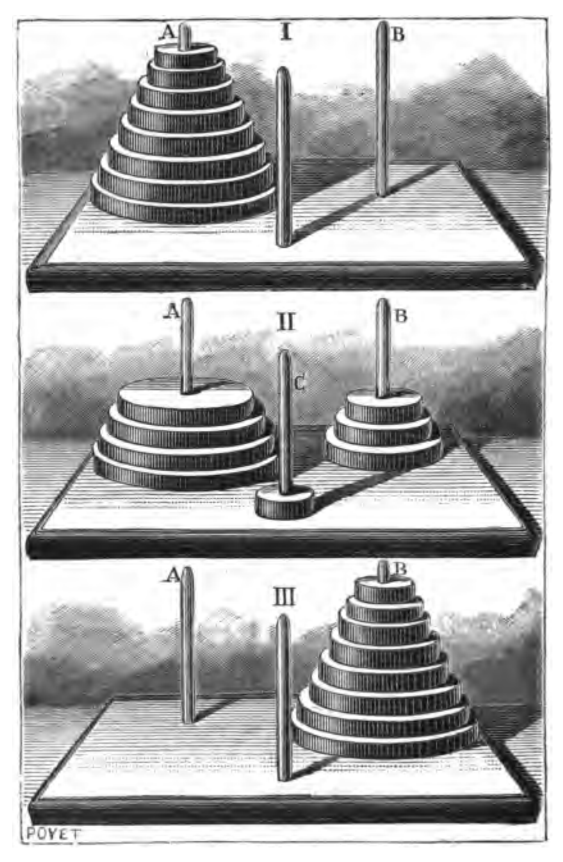
Un de nos amis, le professeur N. Claus (de Siam), mandarin du collège Li-Sou-Stian, a publié, à la fin de l'année dernière, un jeu inédit qu'il a appelé *la Tour d'Hanoï*, véritable casse-tête annamite (*fig.* 15) qu'il n'a pas rapporté du Tonkin, quoi qu'en dise le prospectus. Cette tour se compose d'étages superposés et décroissants, en nombre variable, représentés par huit pions en bois percés à leur centre, et enfilés dans l'un des trois clous fixés sur une tablette. Le jeu consiste à déplacer la tour en enfilant les pions sur un des deux autres clous et en ne déplaçant qu'un seul étage à la fois, mais avec défense expresse de poser un étage sur un autre plus petit. Le jeu est toujours possible et demande deux fois plus de temps chaque fois que l'on ajoute un étage à la tour. En effet, si l'on sait résoudre le problème pour huit étages, par exemple, en transportant la tour du premier clou au second, on saura le résoudre pour neuf étages. On transporte d'abord les huit étages supérieurs sur le troisième clou; puis le neuvième étage sur le deuxième clou, et enfin sur celui-ci les huit premiers étages. Donc, en augmentant la tour d'un étage, le nombre des coups devient le double, plus un. Ainsi :

Pour une tour de	deux étages,	il faut	3	coups au minimum.
—	trois	—	7	—
—	quatre	—	15	—
—	cinq	—	31	—
—	six	—	63	—
—	sept	—	127	—
—	huit	—	255	—

A un coup par seconde, il faut plus de quatre minutes pour

déplacer la tour de huit étages. Pour exécuter le transport de la

Fig. 15.



La tour d'Hanoï.

tour d'Hanoï à soixante-quatre étages, conformément aux règles

du jeu, il faudrait faire un nombre de déplacements égal à

18446744073709551615;

ce qui exigerait plus de *cinq milliards de siècles!*

Le nombre prodigieux que nous venons d'écrire se retrouve encore dans la théorie du baguenaudier de soixante-quatre anneaux. Ce nombre était connu des Indiens; l'écrivain Asaphad rapporte, en effet, que Sessa, fils de Daher, imagina le jeu des échecs, où le roi, quoique la pièce la plus importante, ne peut faire un pas sans le secours de ses sujets, les pions, dans le but de rappeler au monarque indien Scheran les principes de justice et d'équité avec lesquels il devait gouverner. Scheran, enchanté d'une leçon donnée d'une manière si ingénieuse, promit à l'inventeur de lui donner tout ce qu'il voudrait pour sa récompense. Celui-ci répondit : « Que Votre Majesté daigne me donner un grain de blé pour la première case de l'échiquier, deux pour la seconde, quatre pour la troisième, et ainsi de suite en doublant jusqu'à la soixante-quatrième case. » Il aurait fallu huit fois la superficie de la Terre, supposée entièrement ensemencée, pour avoir en une année de quoi satisfaire au désir du modeste bramine. Le nombre des grains de blé est égal au nombre de déplacements de la tour d'Hanoï à soixante-quatre étages.



LES BRAHMES TOMBENT !

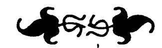
Le mandarin N. Claus (de Siam) nous raconte qu'il a vu, dans ses voyages pour la publication des écrits de l'illustre Fer-Fer-

Tam-Tam, dans le grand temple de Bénarès, au-dessous du dôme qui marque le centre du monde, trois aiguilles de diamant, plantées dans une dalle d'airain, hautes d'une coudée et grosses comme le corps d'une abeille. Sur une de ces aiguilles Dieu enfila, au commencement des siècles, soixante-quatre disques d'or pur, le plus large reposant sur l'airain, et les autres, de plus en plus étroits, superposés jusqu'au sommet. C'est la tour sacrée de Brahma. Nuit et jour, les prêtres se succèdent sur les marches de l'autel, occupés à transporter la tour de la première aiguille de diamant sur la troisième, sans s'écarter des règles fixes que nous venons d'indiquer, et qui ont été imposées par Brahma. Quand tout sera fini, la tour et les brahmes tomberont, et ce sera la fin des mondes!

Nous avons tenu à développer la théorie de ce jeu curieux et original; nous ferons cette remarque importante qu'il représente encore la formation des nombres dans le système binaire. On simplifie la manœuvre du jeu à l'aide de cette remarque intéressante qui a été faite pour la première fois par le neveu de l'inventeur, M. Raoul Olive, élève du lycée Charlemagne : le disque le plus petit tourne toujours dans le même sens de deux en deux coups; ceci permet de réussir toujours sans tâtonnements. Mais on peut compliquer le jeu en plaçant d'abord les huit étages dans un ordre quelconque. En augmentant le nombre des tiges et en modifiant légèrement les règles du jeu, on obtiendrait facilement des représentations de tous les systèmes de numération. En nous servant des mêmes principes, nous avons pu trouver de nouveaux systèmes de serrures indécrochetables pour la fermeture des coffres-forts.

L'industrie étrangère s'est emparée depuis peu du jeu de notre

ami et de sa légende; mais nous pouvons affirmer que le tout a été imaginé, il y a quelque temps déjà, au n° 56 de la rue Monge, à Paris, dans la maison bâtie sur l'emplacement de celle où mourut Pascal, le 19 août 1662.



LES MACHINES A CALCULER.

LA MACHINE DE PASCAL.

La possibilité d'exécuter des calculs par le moyen de mouvements mécaniques a été entrevue pour la première fois par le génie de Pascal, en 1642; il avait alors dix-neuf ans. Il écrivait au chancelier Pierre Séguier en lui faisant hommage de sa machine arithmétique : « Si le public reçoit quelque utilité de l'invention que j'ai trouvée pour faire toutes sortes de règles d'Arithmétique, par une manière aussi nouvelle que commode, il en aura plus d'obligation à Votre Grandeur qu'à mes petits efforts, puisque je ne saurais me vanter de l'avoir conçue, et qu'elle doit absolument sa naissance à l'honneur de vos commandements. Les longueurs et les difficultés des moyens ordinaires dont on se sert m'ayant fait penser à quelque secours plus prompt et plus facile pour me soulager dans les grands calculs où j'ai été occupé depuis quelques années en plusieurs affaires qui dépendent des emplois dont il vous a plu honorer mon père pour le service de Sa Majesté en la haute Normandie, j'employai à cette recherche toute la connaissance que mon inclination et le travail de mes premières études m'ont fait acquérir dans les Mathématiques; et

après une profonde méditation, je reconnus que ce secours n'était pas impossible à trouver. »

Cette machine fut le fruit de longues recherches; plus de cinquante instruments de formes diverses entraînèrent l'auteur à des dépenses considérables; cependant sa conception, audacieuse à cette époque où la mécanique pratique était peu avancée, mériterait seule d'illustrer ce grand esprit, bien plus que la machine elle-même. Celle-ci, malgré les efforts des plus grands géomètres, de Leibniz et de d'Alembert, n'a jamais pu réaliser qu'un compteur faisant des additions et des soustractions, ou, pour parler plus exactement, que l'appareil reproducteur d'une bonne machine, comme nous allons le montrer tout à l'heure.

Le Conservatoire des Arts et Métiers possède plusieurs exemplaires de cette machine; Diderot en a donné la description dans un article de l'*Encyclopédie,* qui est reproduit dans les nouvelles éditions des œuvres de Pascal. En 1673, Leibniz soumit à la Société royale de Londres le plan d'une machine automatique qui devait servir à exécuter les quatre règles de l'Arithmétique. Quelque temps après, il le présenta à l'Académie des Sciences de Paris. Cette machine n'a jamais pu être exécutée, malgré les dépenses considérables faites par l'auteur, qui y consacra une somme de plus de 100 000 francs de notre monnaie actuelle. Quant à la machine de Pascal, elle a été successivement modifiée et simplifiée par Lépine en 1725, et par Hillerin de Boistissendeau en 1730. Mais, dans toutes ces machines, les frottements étaient si considérables qu'on ne pouvait les faire fonctionner.

C'est à M. le Dr Roth que l'on doit la solution rigoureuse du problème des machines à calculer; c'est l'une des trois solutions dont nous parlerons, la solution *dynamique*. M. Roth a apporté

dans son instrument une autre modification qui peut être comparée à celle que les horlogers ont introduite dans les montres lorsqu'ils ont transformé la montre ancienne, si épaisse et si lourde, en montre à cylindre si plate et si commode. Ainsi, en voyant la machine de Pascal et celle du Dr Roth, il est impossible de ne pas faire cette réflexion.

Toute machine arithmétique se compose de quatre organes essentiels qui correspondent aux quatre règles du calcul; ce sont le générateur, le reproducteur, le renverseur et l'effaceur. Dans l'appareil de Roth comme dans celui de Pascal, l'organe *générateur* est à l'état rudimentaire; c'est un simple crayon, une tige métallique que l'on tient à la main.

L'organe *reproducteur* se compose de roues ou de cylindres à dix ou vingt dents ou cannelures, et montés sur des axes parallèles; la première roue à droite représente les unités, la seconde les dizaines, la troisième les centaines, et ainsi de suite. Chacune d'elles porte une ou deux fois les chiffres de 0 à 9 et se trouve placée derrière une tablette métallique garnie d'une lucarne à travers laquelle on n'aperçoit qu'un seul chiffre. Par un mécanisme spécial plus ou moins compliqué, une roue quelconque avance d'une division ou d'une dent, lorsque l'on fait avancer la roue à sa droite de dix divisions à partir de 0; en d'autres termes, c'est le mécanisme des *retenues* ou des *reports,* du genre de celui que l'on trouve dans tous les compteurs pour l'eau, pour le gaz, et que l'on voit aussi depuis quelque temps sur le bord des billards pour compter les points du carambolage.

Au-dessus du pourtour de chaque roue, la tablette porte une échancrure qui permet d'apercevoir les dents; par suite, avec le crayon, on peut faire avancer une roue quelconque d'autant de

divisions que l'on veut, en se servant du numérotage placé sur le bord de l'échancrure. On peut donc ajouter autant de nombres que l'on veut, en les inscrivant successivement sur la machine. La multiplication se fait, par suite, comme l'addition; mais l'opération est longue, la reproduction fastidieuse, précisément à cause de l'insuffisance du premier organe.

Ainsi que nous venons de le dire, l'additionneur du Dr Roth est fondé sur le même principe que celui de Pascal; mais les roues ne se conduisent pas de la même manière dans les deux machines. Supposons huit roues placées à la suite les unes des autres; inscrivons le chiffre 9 de chacune des premières roues sous la lucarne correspondante, et le chiffre o de la dernière roue, à gauche, sous sa lucarne. Si je fais tourner la première roue d'un cran, j'ajouterai une unité aux 9 unités et j'aurai une dizaine qui devra passer sur la seconde roue et s'ajouter aux 9 dizaines qu'elle marque, et ainsi de suite; de sorte que les huit roues devront, au lieu du nombre 09 999 999 qui avait été primitivement inscrit, montrer le nombre 10 000 000 qui provient de l'addition d'une unité.

Or, cette transmission de l'unité de la première roue à la dernière peut s'opérer de plusieurs manières différentes; on peut supposer que les huit roues marchent ensemble comme huit roues dentées formant engrenage, ou que chaque roue ne marche qu'après que celle qui la précède aura accompli son mouvement. On conçoit sans peine que, dans le premier cas, il faudra appliquer à la première roue une force d'autant plus grande, pour la faire tourner d'un cran, que le nombre des roues sera plus considérable et que, dans le second cas, au contraire, la force à employer sera toujours la même, quel que soit le nombre des roues. Le mécanisme employé par Pascal fonctionne précisément comme

nous l'avons dit pour le premier cas, et son fonctionnement est difficile, sinon impossible, à cause des frottements, tandis que le mécanisme imaginé par M. Roth se trouve être dans le second cas indiqué ci-dessus.

Aussi M. le Dr Roth, pour faire sentir la différence qui existe entre son mécanisme et celui de Pascal, se sert d'une expression pittoresque et exacte, en disant : « La machine de Pascal fait un *feu de bataillon,* et la mienne un *feu de file.* De plus, mon mécanisme est tel qu'il ne peut se déranger; les ressorts ne peuvent être faussés, une roue ne peut faire *volant,* ce qui arrive souvent dans la machine de Pascal. » Le *compteur* de M. Roth, que l'on trouve dans les galeries du Conservatoire, est construit sur les mêmes principes que son additionneur; il a été adopté par la marine. Dans la séance générale du 6 septembre 1843, la Société d'encouragement pour l'industrie nationale a décerné à M. Roth la médaille d'argent pour ses instruments à calcul.

Le troisième organe, le *renverseur,* a pour but de transformer l'addition en soustraction, et la multiplication en division. Dans la machine de Pascal, chacun des cylindres chiffrés du compteur porte deux graduations en sens opposés, sur deux cercles parallèles, de telle sorte que la somme des chiffres correspondants des deux graduations soit égale à 9; ainsi l'addition de 4 unités d'un ordre quelconque sur l'une des graduations donne une soustraction de 4 unités sur l'autre. Dans la machine de Roth, les deux graduations sont placées sur deux cercles concentriques et sont écrites avec des encres de couleurs différentes, rouge et noire. Deux lucarnes correspondent à chaque roue, l'une pour l'addition, l'autre pour la soustraction.

Le quatrième organe, l'*effaceur,* qui joue le rôle de l'éponge

sur le tableau, a pour but de ramener tous les chiffres à zéro; dans l'appareil de Roth, il suffit de tirer un bouton; on manœuvre ainsi une tige qui agit sur des excentriques adaptés à chaque roue; aussitôt on voit apparaître le chiffre 9 dans toutes les lucarnes de la graduation additive; puis, avec le crayon, on ajoute *un,* et les 9 se trouvent remplacés par des 0. Nous montrerons tout à l'heure la disposition ingénieuse imaginée par Thomas (de Colmar).

Ainsi, en résumé, la machine de Pascal et toutes celles qui en dérivent contiennent trois organes essentiels; mais le premier manque.



TOUT AUTOUR DE LA TOUR SAINT-JACQUES.

Les appareils que j'ai l'honneur de vous montrer appartiennent au Conservatoire des Arts et Métiers, et nous devons remercier son directeur, M. le colonel Laussedat, de la bienveillance avec laquelle il a bien voulu encourager nos premiers efforts. En allant au Conservatoire, pour la préparation de cette conférence, j'ai souvent traversé le square de la tour Saint-Jacques et, plus d'une fois, je me suis surpris arrêté devant la statue de Pascal. Sous cette voûte splendide, pleine d'ombre et de mystère, qui fut le témoin de ses immortelles expériences sur le baromètre et sur la pesanteur de l'air, l'artiste l'a représenté dans une attitude austère et méditative. Rien ne saurait troubler le calme de sa pensée profonde; ni les cris des enfants qui jouent dans le jardin, ni le bruit de l'activité humaine qui passe dans la rue. Rien, pas

même tous ces enfants de son esprit, ces brouettes, ces haquets, ces omnibus, qui courent, se pressent et se dispersent par centaines, dansant une ronde folle autour de son piédestal. Mesdames, Messieurs, quand vous irez à Paris, lors de votre retour, tout autour de la tour Saint-Jacques, arrêtez-vous un instant pour contempler cette radieuse image; c'est l'une des gloires les plus pures, l'un des plus grands génies de la France!



L'ARITHMOMÈTRE DE THOMAS (DE COLMAR).

C'est à un autre Français que l'on doit le premier modèle d'une machine pratique permettant d'exécuter rapidement les quatre opérations fondamentales de l'Arithmétique. *L'arithmomètre* a été inventé en 1820 par Thomas (de Colmar), directeur de la compagnie d'assurances *le Soleil,* et perfectionné par son fils, M. Thomas de Bojano et par ses petits-fils. Nous n'entrerons pas dans tous les détails de cette machine dont le lecteur trouvera la description avec de belles et nombreuses figures dans un lumineux et intéressant rapport de M. le colonel Sebert, inséré dans le *Bulletin de la Société d'encouragement pour l'industrie nationale* (1878); mais nous pouvons dire que chacun des nombreux mécanismes auxiliaires de cette machine est un chef-d'œuvre inouï de patience et d'efforts; nous devons ajouter cependant qu'elle ne donne pas une solution rigoureuse, mathématique, du problème des machines à calculer, à cause du trop grand nombre de ressorts.

L'appareil générateur se compose ici d'une plaque métallique

horizontale avec des rainures parallèles le long desquelles sont inscrits des chiffres de o à 9; à chaque rainure correspond un bouton avec index que l'on peut faire glisser à la main le long de la rainure; par suite, on peut inscrire, comme sur le nouvel abaque universel, le nombre que l'on veut. Chaque bouton est relié par une lame pendante à un pignon à dix dents, situé au-dessous de la tablette. A côté de chacun des pignons se trouve placé un cylindre d'axe horizontal dont la longueur est égale à celle de la rainure placée au-dessus; chacun des cylindres porte en saillie, sur la moitié du pourtour, 9 nervures de longueur successivement croissante, depuis le $\frac{1}{10}$ de la longueur jusqu'aux $\frac{9}{10}$, et le mouvement de chaque cylindre est commandé par un arbre de couche horizontal mû par une manivelle. A chaque tour de manivelle, les cylindres font un tour; mais les pignons n'avancent respectivement chacun que du nombre de dents marqué par l'index correspondant. Des pignons montés sur le même axe que celui de l'index transmettent le mouvement aux roues chiffrées de l'appareil reproducteur placé sous une plaque métallique qui fait le prolongement de la première.

Ainsi donc chaque tour de manivelle produit successivement les termes d'une progression arithmétique; supposons que l'on veuille multiplier 37 456 par 982; on amène à zéro les chiffres des lucarnes de l'appareil reproducteur, au moyen de l'effaceur que nous décrivons plus loin. On écrit sur la tablette le nombre 37 456; on tourne 2 fois la manivelle, et l'on peut lire sur les lucarnes le produit de 37 456 par 2; pour avoir le produit par 82, il faudrait tourner 82 fois; mais ici se présente encore une disposition ingénieuse; on fait glisser d'un cran vers la droite tout l'appareil reproducteur, et l'on tourne 8 fois; on a ainsi multi-

plié par 82. En faisant encore glisser d'un cran, et tournant 9 fois, on a multiplié par 982. On a donc pour ainsi dire matérialisé l'opération de la multiplication, telle qu'on la pratique habituellement.

Nous passons maintenant à l'organe renverseur de l'arithmomètre; nous n'avons pas eu le temps de faire construire l'appareil de démonstration qui devait nous servir pour expliquer comment on peut passer de l'addition à la soustraction et, par suite, de la multiplication à la division; nous y remédierons par la comparaison suivante. Considérons une voiture réduite à sa plus simple expression, c'est-à-dire formée d'un essieu réunissant deux roues jumelles; la voiture s'avance sur une route toujours dans le même sens; je suis assis au milieu, sur l'essieu, et je tiens un parapluie ouvert à la main. Mon parapluie, étant bien au milieu, ne bouge pas; mais si je l'incline vers la droite, les rais de la roue le font tourner au-dessus de ma tête, de droite à gauche en passant par devant; au contraire, si j'incline vers la gauche, le parapluie tourne dans le sens contraire, et cependant la voiture chemine toujours dans la même direction. Dans l'arithmomètre, les roues de notre voiture sont remplacées par deux pignons jumeaux, et le parapluie devient la roue chiffrée du reproducteur. Il suffit d'appuyer sur un petit levier pour faire engrener le pignon qu'on veut avec la roue chiffrée, de telle sorte que chaque tour de manivelle, — la manivelle tourne toujours dans le même sens, — produise successivement dans les lucarnes des nombres toujours croissants ou toujours décroissants en progression arithmétique dont la raison est marquée sur l'abaque de la tablette.

Enfin l'organe effaceur nous montre tout le parti que l'on peut tirer d'une dent cassée; au-dessous de chaque roue chiffrée

se trouve, faisant corps avec elle, une autre roue dentée plus petite, dans laquelle on a supprimé la dent qui correspond au o de la lucarne; un bouton molleté fait avancer une crémaillère qui fait tourner la roue jusqu'au moment où le o paraît dans la lucarne. L'opération se fait aussi rapidement qu'une pichenette; c'est cent fois plus rapide que la manœuvre de l'éponge au tableau. Ce détail est tout simplement admirable, et il y en a beaucoup d'autres de ce genre dans l'arithmomètre.

Quant au fonctionnement de la machine, il est aussi d'une admirable simplicité; mes deux enfants savaient s'en servir couramment à sept ans. C'est donc un instrument parfait et qui remplit le but que les inventeurs s'étaient proposé; il suffit d'une demi-minute pour obtenir le produit de deux nombres de dix chiffres; actuellement il est employé par les magasins du Louvre, la Compagnie des petites voitures, la Caisse des dépôts et consignations, les directions du ministère de la guerre, de la marine, les compagnies d'assurances, de chemins de fer, le Creusot, l'Observatoire, le Bureau central météorologique, l'École Polytechnique, l'École des Ponts et Chaussées, etc. Il s'en vend en moyenne 100 par an, 60 vont à l'étranger et 40 seulement restent en France.



LES RÈGLES ET LES CERCLES A CALCULS.

Avant de continuer la description des autres machines à calculer, nous en donnerons un essai de classification. Les machines à calculer se divisent en deux grandes classes : 1° celles qui

donnent des résultats exacts, et pour lesquelles il est aussi important de connaître les derniers chiffres que ceux de l'ordre le plus élevé; ce sont les ***Machines d'Arithmétique pure;*** 2° celles qui donnent des résultats approchés, suffisants pour les besoins de la pratique, et que nous pouvons appeler ***Machines d'Arithmétique appliquée.*** Nous ne nous occuperons pas, pour l'instant, de ces dernières, car nous avons l'intention de faire prochainement une autre conférence sur ces appareils si utiles et si ingénieux. Nous nous contenterons de citer la ***Règle à calculs,*** que tout contremaître anglais, belge, italien, allemand a toujours dans la poche et qu'il sait manier avec une grande dextérité, tandis que sa théorie et sa pratique ont disparu de notre enseignement officiel. Et cependant, dans tous les cabinets de physique de nos lycées, on en possède un modèle de démonstration, qui coûta fort cher, et qui fut confectionné par les ateliers nationaux en 1848. Cet outil merveilleux, dû à Edmond Gunther, en 1624 [1], amélioré par Milburne, en 1650, et par S. Partridge en 1657, par Ch. Leadbetter en 1750 (*sliding rule*) et dernièrement par M. Péraux, de Nancy, n'est à proprement parler que la Table de logarithmes mise en bâton. Il a été perfectionné de diverses manières par M. le colonel Mannheim, professeur de Géométrie à l'École Polytechnique, lorsqu'il était élève à l'École d'Application d'artillerie et du génie, à Metz, en 1851. On lui doit encore une fort ingénieuse règle à calculs, à échelles repliées, rendue ainsi plus portative par la diminution de longueur et fabriquée par M. Tavernier-Gravet, à Paris. Des instructions

[1] Nous n'avons pu nous procurer l'Ouvrage suivant : *Description d'une machine arithmétique jusqu'ici inconnue, et donnée au public par Louis Lanoge*, à Lyon, 1661; in-8.

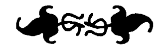
pour l'emploi de cette règle ont été publiées en Allemagne, en Angleterre, en Italie. C'est Quintino Sella qui a fait l'instruction italienne; celle-ci a été traduite en français par M. l'ingénieur Montefiore, actuellement sénateur à Bruxelles. Depuis, M. Mannheim a exposé en 1867, à l'Exposition universelle de Paris, une autre règle plus simplifiée qui lui a valu une mention honorable; mais il n'existe que deux exemplaires de cette règle de forme cylindrique, l'un chez le fabricant, l'autre au Conservatoire, à côté des machines de Pascal.

Voici un autre appareil fort ingénieux encore, en forme de montre, que je sors de la poche de mon gilet. C'est une règle à calculs logarithmiques repliée en cercle; elle a été imaginée par M. A. Boucher (1); elle est d'un emploi très facile. Nous dirons cependant que, dès l'année 1696, Biler donna à la règle de Gunther une forme semi-circulaire et l'appela *Instrumentum mathematicum universale*, et que, dans l'année 1798, Gattey avait adopté la forme circulaire.

Nous citerons, mais plus rapidement, à notre grand regret, l'abaque de Clairault et de M. Piccard, de Lausanne, perfectionné par M. Chénevier, architecte à Verdun; les abaques de M. Lalanne, sénateur; les spirales à calculs logarithmiques de M. Cousinery, et les tableaux graphiques de M. Gariel, notre sympathique secrétaire général, pour le calcul des lentilles; et enfin tous ces admirables instruments : les curvimètres qui servent à mesurer la longueur d'une courbe tracée sur le papier, les planimètres qui déterminent la superficie renfermée dans un contour de forme quelconque, les intégrateurs d'Amsler, de Stamm, et

(1) Voir la notice sur le *Cercle à calculs,* précédé d'une instruction sur l'emploi des planimètres polaires. — Paris, chez Morin, constructeur.

enfin ces beaux tableaux graphiques pour les calculs de la résistance des matériaux, par M. Genaille. M. le colonel Laussedat, avec son intelligente initiative, a fait reproduire ces tableaux avec un grand soin et leur a donné une place d'honneur dans la galerie si intéressante qui vient d'être ouverte au public et renferme tout ce qui se rapporte à l'art des constructions du génie civil.



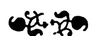
LES MACHINES DE BABBAGE. — UN GALANT AMBASSADEUR.

Ainsi, laissant de côté les machines à calculs approchés, nous avons vu que l'arithmomètre Thomas permet d'obtenir, à chaque tour de manivelle, les termes successifs d'une progression arithmétique croissante ou décroissante. Il y a près d'un demi-siècle déjà, un Anglais, Charles Babbage, avait entrepris la construction d'une machine qui devait être un *calculateur universel,* donnant les termes successifs des progressions arithmétiques des divers ordres. L'annonce de cette machine produisit une grande émotion dans le monde savant; l'inventeur y consacra toute la fin de sa vie, toute sa fortune et aussi les encouragements pécuniaires considérables du gouvernement anglais; il mourut avant d'avoir pu en achever la construction.

Tout dernièrement, M. le général de Menabrea, ambassadeur d'Italie, appelait de nouveau l'attention de notre Académie des Sciences sur la machine de Babbage, qui appartient au fils de l'auteur, général dans l'armée anglaise; il évoquait, à propos de cette machine, un curieux souvenir personnel. Au début de sa

longue et glorieuse carrière scientifique, il avait connu Babbage, qui lui avait expliqué son système. Il en fit alors l'objet d'un article dans la *Bibliothèque universelle de Genève,* en 1842. Une traduction de cet article parut peu de temps après, en anglais, dans les *Scientific Memoirs,* sans le nom du traducteur. Il était bien évident, cependant, que ce traducteur n'était pas le premier venu, car il avait joint à son travail des notes du plus haut intérêt et qui développaient le sujet d'une manière tout à fait remarquable. Or, on sut plus tard que ce mystérieux traducteur n'était rien moins qu'une très noble et très belle dame anglaise, dont le nom sera transmis à la postérité sur les ailes de l'un des plus grands poètes de notre siècle ; c'était lady Ada Lovelace, la fille unique de lord Byron.

Et le général de Menabrea ajoute fort galamment : « Puissent ces souvenirs que j'exhume sur la fin de ma carrière, provoquer l'accomplissement d'une œuvre qui serait précieuse pour la science et un triomphe pour l'art mécanique, en même temps qu'un hommage rendu à la mémoire d'un homme de génie, de même qu'à celle de la noble dame qui, par son exemple, a démontré que la plus belle moitié du genre humain peut avoir, pour les hautes sciences, des aptitudes égales à celles de l'autre moitié qui, modestement, veut bien s'appeler le sexe fort ! »



LA MACHINE DE SCHEUTZ.

On doit à Georges Scheutz, éditeur d'un journal technologique à Stockholm, et à son fils Édouard Scheutz, la réalisation du

·ève de Babbage. Soutenus par les encouragements de l'Académie des Sciences de Stockholm et du roi de Suède, ils ont construit une machine merveilleuse qui a été admise à l'Exposition universelle de Paris, en 1855, et admirée par Babbage lui-même. Cette machine a été achetée par un riche négociant des États-Unis, M. Rathbone, et offerte par lui à l'observatoire Dudley, d'Albany. Un autre exemplaire a été construit pour le gouvernement anglais et sert à faciliter les calculs du *Nautical Almanac.*

Elle a la forme d'un petit piano, et le fonctionnement n'en est pas plus compliqué que celui d'un orgue de Barbarie. Elle permet d'obtenir à chaque tour de manivelle les termes successifs des progressions arithmétiques non seulement du premier ordre, mais aussi du deuxième, du troisième et même du quatrième. Bien plus, les résultats sont imprimés en creux sur des lames de plomb, et l'on en fait des clichés en relief que l'on peut immédiatement livrer à l'imprimeur pour le tirage. C'est ainsi que l'on a pu éditer des tables de logarithmes, de sinus et de logarithmes-sinus ne contenant aucune erreur arithmétique ou typographique. La machine calcule et stéréotype à l'heure 120 lignes prêtes à être mises sous presse. Des essais comparatifs ont prouvé que la machine produit deux pages et demie de chiffres dans le temps qu'il faut à un bon compositeur pour assembler les caractères d'une seule page. — Nous voici donc bien loin des tables stéréotypées de Callet, éditées par Firmin Didot vers la fin du XVIIIe siècle !

Vous pourriez croire qu'après tant d'efforts, après tant de difficultés vaincues, l'esprit de l'arithméticien se reposerait pour contempler son œuvre !

LA MACHINE DE TCHEBICHEF.

Mais il n'en est rien. Un savant russe, le plus illustre arithméticien de notre temps, M. Tchebichef, qui m'honore de son amitié et de ses conseils, — vous me pardonnerez de vous le dire, mais j'en suis fier, — s'est aperçu que, dans tous ces appareils si ingénieux, on n'avait oublié qu'une seule chose, le principe le plus important et le plus nécessaire pour le fonctionnement d'une bonne machine. Dans une machine parfaite, le mouvement doit être continu, uniforme, et vous observerez que, dans l'arithmomètre Thomas, par exemple, les mouvements sont saccadés, discontinus : pendant un tour de manivelle, chaque pignon tourne inégalement, s'arrête pendant que d'autres sont encore en mouvement. Frappé de cet inconvénient, qui peut nuire parfois à l'exactitude des résultats, M. Tchebichef s'est alors proposé d'obtenir une machine à mouvements plus continus, plus uniformes ; il nous a présenté, au congrès de Clermont-Ferrand, le lendemain d'un pèlerinage à la maison de Pascal, une machine à additionner, qui ressemblait de loin à la cage d'un écureuil. C'était l'appareil reproducteur d'une machine beaucoup plus parfaite que ses devancières, qu'il vous a montrée au congrès de La Rochelle. Vous en trouverez l'explication, trop écourtée malheureusement, dans la *Revue scientifique* du 22 septembre 1882 [1].

[1] M. Tchebichef vient de nous confier l'unique exemplaire de sa machine pour quelques mois et nous autoriser à en faire prendre des dessins qui resteront exposés dans les galeries du Conservatoire. La partie principale de sa machine est l'*additionneur*, qui donne la seconde solution rigoureuse du problème par le côté *cinématique*.



LE VÉLOCE CLASSE-DATES.

Les machines que nous venons de vous montrer se composent d'organes qui dépendent tous les uns des autres, de telle sorte que le déplacement de l'un d'eux amène forcément le déplacement de tous les autres; en d'autres termes, nous dirons que ce sont des machines du genre mécanique. Nous allons vous exposer maintenant quelques autres appareils différents par le principe, et qui appartiennent au genre géométrique.

Nous commencerons par le nouveau calendrier perpétuel que nous avons appelé le *Véloce classe-dates.* Vous trouverez à la fin du volume du congrès de Rouen un tableau numérique qui permet de calculer rapidement l'une des cinq quantités: siècle, année du siècle, mois, quantième, jour de la semaine, lorsque l'on connaît les quatre autres. Les cinq tableaux ont été reproduits sur des toiles enroulées sur cinq doubles cylindres parallèles, derrière des lucarnes. Par suite, il est facile d'amener devant chacune d'elles les nombres dont on a besoin pour obtenir instantanément une date quelconque avec le jour correspondant (1).



BATONS DE NÉPER.

Jean Néper, baron de Markinston, en Écosse, l'inventeur des

(1) On trouve actuellement à la librairie Eugène Belin un appareil plus simple encore, perfectionné par M. Demonferrand, ingénieur à Orléans. C'est le *Calendrier perpétuel à roulette.*

logarithmes, a indiqué, en 1617, dans sa *Rhabdologie,* une

Fig. 16.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0/1	0/2	0/3	0/4	0/5	0/6	0/7	0/8	0/9
2	0/2	0/4	0/6	0/8	1/0	1/2	1/4	1/6	1/8
3	0/3	0/6	0/9	1/2	1/5	1/8	2/1	2/4	2/7
4	0/4	0/8	1/2	1/6	2/0	2/4	2/8	3/2	3/6
5	0/5	1/0	1/5	2/0	2/5	3/0	3/5	4/0	4/5
6	0/6	1/2	1/8	2/4	3/0	3/6	4/2	4/8	5/4
7	0/7	1/4	2/1	2/8	3/5	4/2	4/9	5/6	6/3
8	0/8	1/6	2/4	3/2	4/0	4/8	5/6	6/4	7/2
9	0/9	1/8	2/7	3/6	4/5	5/4	6/3	7/2	8/1

La Table de Pythagore en bâtons.

ingénieuse méthode de calcul pour la multiplication et pour la division. Le tableau chiffré que vous avez devant vous (*fig.* 16) représente la Table de Pythagore coupée en dix bâtons ou planchettes; la planchette à gauche est fixe : toutes les autres sont

mobiles et peuvent être permutées de toutes les façons. Chacun des carrés de la Table est divisé en deux triangles par une diagonale; dans le triangle du bas se trouve le chiffre des unités de chacun des produits, dans celui du haut et à gauche se trouve le chiffre des dizaines; supposons que l'on ait placé à côté de la barre fixe les tablettes portant en haut les numéros **7**, **5**, **8**, on obtient presque immédiatement les produits de **758** par tous les nombres de **1** à **9**; ainsi, par exemple, devant le **6** de la colonne fixe, on trouve horizontalement

$$\mathbf{6} \mid {}^{4}/_{2} \mid {}^{3}/_{0} \mid {}^{4}/_{8} \mid$$

et en faisant l'addition parallèlement à la diagonale des triangles, on a

$$4548$$

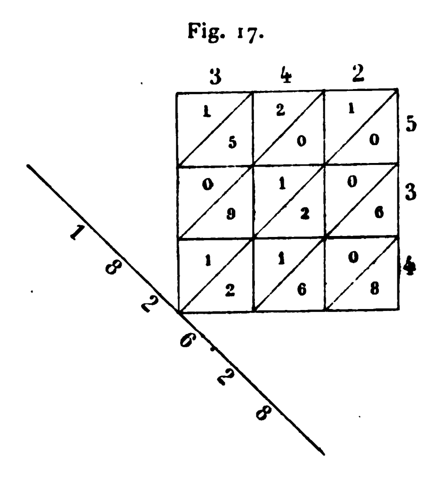
qui est le produit de **758** par **6**. De même pour les autres; donc les réglettes de Néper permettent de trouver rapidement, sans qu'il soit nécessaire de connaître sa Table de Pythagore, mais par une simple addition de deux chiffres, tous les produits partiels par un nombre de dix chiffres et plus. Ainsi la multiplication se trouve ramenée à l'addition; la division, sans tâtonnements, à la soustraction, et ces opérations sont d'autant plus facilitées qu'il s'agit de nombres plus grands.



MULTIPLICATION ARABE.

L'invention de Néper provient peut-être d'une remarque sur l'une des manières de faire la multiplication chez les Indiens et

Fig. 17.



Multiplication arabe.

les Arabes. Voici, par exemple, la copie de la multiplication de 534 par 342 tirée du Traité d'Arithmétique d'Aboûl Haçan Ali ben Mohammed, le Koraïchite, plus connu sous le nom d'Alkalçâdi, auteur arabe qui mourut vers 1480. Nous avons tenu compte de la différence d'orientation de l'écriture arabe avec la nôtre (*fig.* 17).



UN HORLOGER DU ROI.

C'est en 1617 que Néper publia à Édimbourg sa célèbre *Rhabdologia sive numerationis per virgulas libri.* Cet Ouvrage contient encore un *Multiplicationis et divisionis promptuarium* et un *Methodus calculi per scacchiam;* on y trouve la description de ses bâtons et un procédé de calcul au moyen de l'échiquier. Gaspard Schott fut le premier qui eut l'idée de coller les bâtons de Néper sur plusieurs cylindres mobiles autour de leur axe, et les enferma dans une boîte. On trouve la description de ce procédé dans l'Ouvrage qui a pour titre : *Organum mathematicum a P. Gasparo Schotto, e societate Jesu* (Herbipoli, 1668). — Peu après, en 1673, Grillet soumet au jugement du public parisien un nouvel appareil semblable au précédent; on en trouve la description dans l'Ouvrage : *Curiosités mathématiques du sieur Grillet*, orlogeur du roi. Chez l'auteur, au Cloître Saint-Jean-de-Latran. — Il en existe deux modèles au Conservatoire.

En 1678, Petit exécuta un cylindre arithmétique connu sous le nom de *Tambour de Petit*, autour duquel il plaça des lames de carton portant la Table de Pythagore; les lames glissaient sur le cylindre, parallèlement à l'axe, au moyen d'un bouton que chacune d'elles portait. C'est toujours le procédé rhabdologique qui est devenu le procédé géométrique. Puis, Jacques Leupold donne au tambour de Petit la forme d'un prisme décagonal au lieu de la forme cylindrique; on trouve la description de cet appareil dans l'Ouvrage de l'inventeur : *Theatrum arithmetico-geometricum* (Leipsig, 1827).

En 1728, Michael Poetius transforme le procédé de Néper, au moyen d'un instrument composé de cercles concentriques mobiles et qu'il appelle *Mensula Pythagorica;* en 1731, de Méan propose un autre système que l'on trouve décrit dans le tome V des *Mémoires de l'Académie des Sciences* de Paris. En 1738, Roussain présente à la même Académie une manière de faire les multiplications et les divisions arithmétiques par des petits bâtons analogues à ceux de Néper. On a trouvé que M. Roussain rendait cette méthode plus commode et plus simple, en affermissant ces bâtons dans un cadre, et distinguant certaines bandes de chiffres par des couleurs, ce qui prévient le dérangement des bâtons, et a paru fort bien imaginé (*Histoire de l'Académie des Sciences*, pour 1738). L'addition diagonale, dans les bâtons de Néper, est remplacée par une addition verticale. Cet appareil est au Conservatoire.

En 1789, Prahl soumet au jugement du public un instrument qu'il appelle *Arithmetica portatilis* et qui n'est autre chose que la *Mensula Pythagorica* de Poetius; mais les cercles mobiles sont beaucoup plus grands et portent les nombres de 1 à 100. J.-P. Gruson, dans une brochure publiée à Magdebourg en 1792 et rééditée en 1795, sous le titre : *Machines à calculer,* décrit encore une transformation de la *Mensula* de Poetius. En 1798, Jordans publie à Stuttgard une *Description de plusieurs machines à calcul.* C'est encore une modification des bâtons de Néper.

En 1828, M. Lagrous présente à la Société d'Encouragement (*Bulletin*, 27e année) une machine à additionner composée de plusieurs cercles concentriques, et M. Briet prend, le 8 décembre 1829, un brevet pour un additionneur qui a quelque

analogie avec la machine précédente. En 1839, M. Bardach, de Vienne (Autriche), met en vente deux tables à calculer dont l'une n'est qu'une modification de l'*Abacus de Perrault* pour l'addition et la soustraction, moins la transmission mécanique des dizaines, et dont l'autre, qui sert à la multiplication et à la division, n'est encore qu'une modification du *Promptuarium* de Néper. Le 27 mai 1841, M. J.-S. Henri prend un brevet pour un *Prompt calculateur;* la même année, M. le Dr Roth imagine *Le prompt multiplicateur et diviseur.* C'est une tablette munie de neuf fentes horizontales et, au bas, d'un abaque; au moyen de boutons, on écrit sur l'abaque le nombre que l'on veut, et les produits de ce nombre par les neuf premiers chiffres apparaissent immédiatement le long des fentes horizontales. M. le Dr Roth nous a donné un exemplaire de cet appareil que nous remettrons au Conservatoire après l'avoir étudié plus en détail. Mais, malgré ces perfectionnements, l'invention de Néper n'était pas tombée dans le domaine de la pratique. De plus, même dans l'appareil du Dr Roth, il restait toujours une petite addition à faire pour trouver chacun des produits partiels.



LES APPAREILS DE GENAILLE.

Un ingénieur aux chemins de fer de l'État, à Tours, M. Henri Genaille, obscur hier, illustre demain, a eu l'idée excessivement remarquable et ingénieuse de remplacer ces additions par des dessins très simples qui permettent de lire instantanément tous

ces produits partiels. La manœuvre de ces réglettes est aussi facile que celle qui consiste à suivre un chemin à travers un labyrinthe, au moyen de mains indicatrices dessinées sur des poteaux placés aux carrefours; c'est dire que l'on apprend à se servir de ces réglettes en une minute au plus. Nous les avons perfectionnées en ajoutant les quatre faces, comme pour celles de Néper, et nous présenterons prochainement au public un appareil, qui, sous une forme modeste et dont le prix ne dépasse pas 2^{fr}, supprime d'un seul coup les opérations de la multiplication et de la division, en les remplaçant par une addition ou une soustraction. Supposez que vous possédiez deux boîtes des réglettes de Genaille; chacune d'elles a une épaisseur de $0^{m},01$, une largeur de $0^{m},12$ et une longueur de $0^{m},18$. Vous avez dans ces deux boîtes les produits partiels de tous les nombres jusqu'à vingt chiffres; or, si l'on voulait cataloguer tous ces résultats dans des volumes de 1000 pages à 100 lignes à la page, il faudrait pour contenir ces volumes une centaine de millions de bibliothèques comme la Bibliothèque Nationale, en supposant qu'elle renferme 10 millions de volumes! C'est là toute l'économie de ce système.

Mais, direz-vous, on n'obtient les produits que par un seul chiffre; si l'on pouvait avoir tout de suite les produits par les nombres de deux, trois, quatre chiffres! Nous avons prévu le cas, et je vais vous montrer une autre disposition, un peu plus grande, des réglettes, mais avec d'autres dessins. Avec celles-ci, mais par des mouvements de glissements parallèles à la réglette fixe, on peut obtenir tous les produits de dix chiffres par dix chiffres. Ainsi donc le principe est trouvé; mais le fonctionnement est encore assez pénible, assez délicat; cependant nous espérons bien

vous montrer avant peu une machine à calculer, donnant les produits de deux nombres de dix chiffres; cette machine sera vraiment populaire, car le prix n'en dépassera pas 20fr.



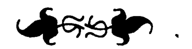
ARITHMÉTIQUE ÉLECTRIQUE.

Mais là ne s'arrêtent pas les admirables inventions de Genaille; je vous ai parlé plus haut de ses tableaux graphiques pour le calcul de la résistance des matériaux. Notre ingénieur n'est jamais embarrassé; et pour les calculs spéciaux, de toute nature, il vous imaginera, d'une manière tellement rapide qu'il m'est souvent difficile de le suivre, des tableaux graphiques pour la solution des calculs proposés. En un mot, il a le génie des calculs pratiques.

Déjà, depuis quelques années, j'avais signalé à nos deux premières sections les résultats acquis et j'avais pu obtenir en faveur de M. Genaille quelques encouragements pécuniaires. Avec les faibles ressources dont il a pu disposer, il vient de réaliser un nouvel appareil encore bien incomplet; mais ici encore le principe est trouvé; c'est la *Machine électrique à calculer*. Nous nous bornerons pour l'instant à faire fonctionner devant vous le principal organe de l'appareil, qui est l'organe reproducteur. Quant à l'organe générateur, c'est le simple crayon de Pascal, pour ainsi dire; ce sera un doigté comme pour le piano. Et supposons, par exemple, qu'un banquier de Marseille envoie une dépêche télégraphique à un agent de change de Paris, pour acheter diverses actions ou obligations, en nombre et en nature

quelconques, l'appareil électrique donnera le total instantanément, au départ aussi bien qu'à l'arrivée de la dépêche.

Ma conférence n'avait d'autre but que de signaler à tous les membres du Congrès, et aussi pour l'instant à l'aimable société blésoise, les progrès accomplis dans l'Arithmétique appliquée depuis Pascal jusqu'à Genaille; vous y avez rencontré beaucoup de noms français; mais il faut vous dire que, dans tous les autres pays, il se publie de nombreux travaux d'Arithmétique sur l'initiative des gouvernements, tandis qu'en France rien de pareil n'existe. En Allemagne, en Angleterre, il se publie actuellement une douzaine de volumes in-folio de Tables arithmétiques; pour ce qui concerne la théorie, je compte faire une conférence prochaine là-dessus, et plus particulièrement sur la publication des œuvres de Fermat, n'ayant d'ailleurs d'autre but que de chercher à imprimer une impulsion nouvelle, dans notre pays, vers l'Arithmétique et ses applications.



LE BENJAMIN DE LA PATRIE.

Je viens de dérouler rapidement devant vous les progrès du calcul, de cette science qui est la base fondamentale de toutes les autres. Une voix plus autorisée que la mienne vous montrait, il y a deux jours, dans cette enceinte, les prodigieux travaux accomplis dans les sciences les plus complexes, dans la Physiologie et dans l'étude des mystères de la vie. Tous, vous avez applaudi à la série interminable des découvertes de Pasteur.

N'est-ce pas le cas de rappeler, pour finir, cette mémorable parole de Bossuet, dans son *Traité de la connaissance de Dieu et de soi-même* : « Après six mille ans d'observations, l'esprit humain n'est pas épuisé; il cherche et il trouve encore, afin qu'il connaisse qu'il peut trouver jusques à l'infini, et que la seule paresse peut donner des bornes à ses connaissances et à ses inventions? »

Donc, continuons de travailler, d'observer, penser, concevoir, *par la Science, pour la Patrie* (¹). Et toi, bonne mère Patrie, tu as le droit d'être fière, malgré tes revers, puisque tu as donné le jour à tant de savants illustres, depuis Descartes, l'un de tes aînés, qui créa la méthode expérimentale, jusqu'à Pasteur, ton Benjamin, qui la cultive encore avec cette merveilleuse et inconcevable fécondité!

Note additionnelle. — Sur la recommandation toute spéciale de M. le colonel Mannheim, M. le Dr Roth vient de nous confier, pour le temps qui nous conviendra et pour faire retour au Conservatoire, toutes les machines à calculer de son invention, complètes ou incomplètes, pour lesquelles il a dépensé des sommes considérables, ainsi que les dessins et les manuscrits qu'il a conservés. Nous venons déjà d'offrir au Conservatoire, de la part de l'auteur, aujourd'hui aveugle et octogénaire, de cet inventeur dont le génie n'est surpassé que par la modestie, une admirable machine, que l'on peut vraiment appeler *la Belle au Bois Dormant*. Elle dormait dans la poussière depuis un demi-siècle, et nous devons remercier M. Mannheim de l'avoir sauvée de l'oubli. Nous étudions en ce moment d'autres modèles

(¹) Devise de l'*Association française pour l'avancement des Sciences*.

du même auteur concernant les *Machines arithmétiques à mouvements continus.* Nous donnerons ultérieurement et aussi complètement que possible l'histoire et la théorie des procédés du calcul et des machines à calculer, en profitant, pour cette étude, des facilités qui nous ont été fournies par M. le colonel Laussedat..



TROISIÈME RÉCRÉATION.

LE JEU DU CAMÉLÉON
ET LE JEU DES JONCTIONS DE POINTS.

« Les sciences gagnent beaucoup à être traitées d'une manière ingénieuse et délicate ; c'est par là qu'on en ôte la sécheresse, qu'on prévient la lassitude et qu'on les met à la portée de tous les esprits. »

(MONTESQUIEU. — *Discours académiques.*)

TROISIÈME RÉCRÉATION.

—

LE JEU DU CAMÉLÉON ET LE JEU DES JONCTIONS DE POINTS.

DESCRIPTION DU JEU DU CAMÉLÉON.

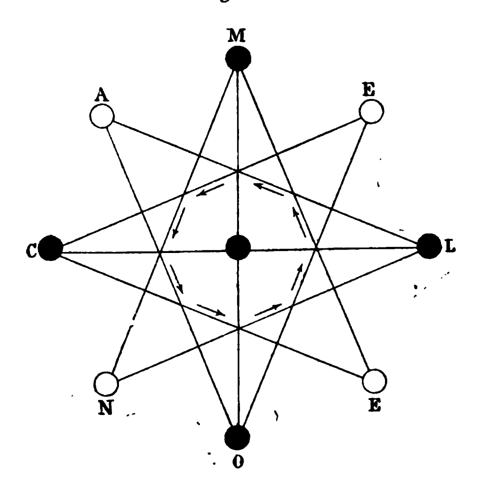
Huit cases, alternativement blanches et noires, sont placées aux sommets d'un octogone étoilé; une neuvième case (noire) est placée au centre de la figure; chaque case est désignée par une lettre de manière à former le mot *caméléon* (*fig.* 18).

Huit jetons, portant chacun une des lettres de ce mot, sont placés au hasard sur les sommets de l'étoile; il s'agit de les ramener chacun sur sa case respective, c'est-à-dire sur celle qui porte la même lettre.

Les lignes joignant une case noire à une noire peuvent être parcourues dans les deux sens; celles qui joignent une case noire à une blanche ne peuvent être parcourues que dans le sens indiqué par la flèche.

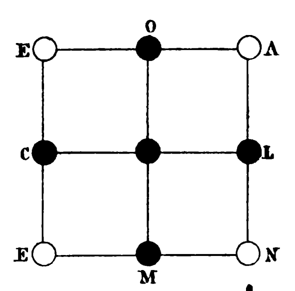
Ce jeu revient à un taquin de neuf cases dans lequel les côtés

Fig. 18.



extérieurs ne peuvent être parcourus que dans le sens contraire à celui de la marche des aiguilles d'une montre (*fig.* 19).

Fig. 19.



Il est facile de mettre en place les jetons M, N, L, A, O. Les

trois jetons restants sont alors placés dans l'ordre ECE, ou CEE, ou EEC.

Dans le premier cas, les jetons occupent leur place définitive et le problème est résolu.

Dans le deuxième cas, on fait tourner d'un cran, dans le rectangle de gauche, puis d'un cran dans le carré sud-ouest; les cinq jetons M, E, C, E, O sont alors placés dans l'ordre voulu, il suffit de les faire tourner de quatre crans dans le rectangle pour les ramener chacun sur sa case respective.

Dans le troisième cas, on fait encore tourner d'un cran dans le rectangle de gauche, puis d'un cran dans le carré nord-ouest; les cinq jetons sont dans l'ordre MECEO, il suffit de tourner de trois crans pour les remettre en place.

La marche à suivre.

La solution peut donc s'énoncer de la manière suivante :

Mettre en place les cinq jetons O, A, L, N, M ;

Faire un tour dans le rectangle de gauche, puis un tour dans le carré où se trouvaient les deux E, après le placement des cinq premiers jetons;

Tourner dans le rectangle de gauche jusqu'à ce que les jetons soient arrivés sur leur case respective.



LE TAQUIN DE NEUF CASES AVEC UN SEUL PONT.

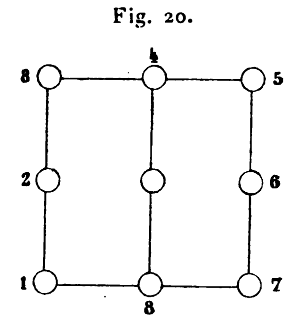
On peut rendre le jeu plus difficile en supprimant l'un des dia-

mètres, CL par exemple. Toutes les lignes peuvent alors être parcourues dans les deux sens.

Le jeu revient encore à un taquin de neuf cases sur lequel il n'y a plus qu'un seul pont (*fig.* 20).

Pour faciliter les explications qui vont suivre, remplaçons les

Fig. 20.



lettres par des chiffres. Huit pions, numérotés de 1 à 8, étant placés au hasard sur les cases, il s'agit de les ramener dans l'ordre naturel.

On peut modifier leur disposition en tournant dans le rectangle de gauche ou dans celui de droite. Chacun de ces rectangles peut être parcouru, soit dans le sens de la marche des aiguilles d'une montre (que nous appellerons sens direct), soit dans le sens contraire (sens rétrograde).

En faisant alterner convenablement ces mouvements, on pourra transformer comme on le voudra la disposition des pions donnée.

Soit, par exemple, la disposition 48672135, formée par des pions qui occupent les cases 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 de la *fig.* 20.

Exécutons les mouvements suivants :

1 tour (sens rétrogr.) dans le rectangle de				gauche.	86752134;
2	»	»	»	droite..	86713452;
2	»	»	»	gauche.	71283456;
1	»	»	»	droite..	71234568;
1	»	»	»	gauche.	12384567;
1	»	»	»	droite..	12345678.

Mais il est assez difficile de déterminer *à priori* les mouvements à exécuter pour ramener dans l'ordre naturel une disposition donnée.

Il nous paraît préférable d'adopter la marche uniforme, indiquée par notre ami M. Delannoy.

Il est toujours possible et facile de mettre en place les jetons 1, 2, 3, 4. Les quatre jetons restants donnent lieu à 24 permutations qui, d'après la règle générale donnée dans la *Récréation sur le jeu du Taquin* (Tome I, 2e édition, page 200), se divisent en deux classes, comprenant chacune 12 permutations :

La première classe, d'ordre pair (soit par le nombre des dérangements, soit par le nombre des cycles pairs), comprend les permutations pour lesquelles la solution est possible. Ce sont :

5 6 7 8	6 5 8 7	7 5 6 8	8 5 7 6
5 7 8 6	6 7 5 8	7 6 8 5	8 6 5 7
5 8 6 7	6 8 7 5	7 8 5 6	8 7 6 5

La deuxième, d'ordre impair, comprend les permutations pour lesquelles la solution est impossible :

5 6 8 7.	6 5 7 8	7 5 8 6	8 5 6 7
5 7 6 8. .	6 7 8 5	7 6 5 8	8 6 7 5
5 8 7 6	6 8 5 7	7 8 6 5	8 7 5 6

Il y a lieu de remarquer que, dans le jeu du *Caméléon*, le nombre des permutations se réduit à 12, à cause de la lettre E répétée deux fois, et que ces 12 permutations correspondent toutes à des solutions possibles.

Supposons que, après avoir mis en place les pions 1, 2, 3, 4, on ait la permutation 7685. Pour la transformer, on devra faire mouvoir au moins un pion de la première rangée verticale, car, si on ne faisait mouvoir que les pions 4, 7, 6, 8, 5, on ne pourrait que les faire tourner en cercle, sans changer leur ordre respectif.

Le pion qu'il est le plus simple de déplacer est le pion 3, voisin du pont.

Si nous amenions ce pion sur la case centrale ou sur l'une des cases 4, 5, 8, il est facile de voir que, lorsqu'on le ramènerait à sa place, on retomberait sur la disposition primitive. Il faut donc amener le pion 3 soit sur la 6e case, soit sur la 7e.

Amenons-le d'abord sur la 6e, en faisant :

1 tour (sens direct) dans le rectangle de gauche..				51237684;
2 tours	»	»	droite...	51284376.

Ramenons 1 et 2 à leur place, en faisant :

1 tour (sens rétrogr.) dans le rectangle de gauche.	12864375.

Ramenons 3 à sa place, en faisant :

3 tours (sens direct) dans le rectangle de droite..				12837564;
1 tour	»	»	gauche.	41287563;
1 »	»	»	droite..	41238756;
1 »	(sens rétrogr.)	»	gauche.	12368754.

Enfin, ramenons 4 à sa place, en faisant :

1 tour (sens direct) dans le rectangle de droite.. 12346875.

Les mouvements effectués ont changé la permutation 7685 en 6875 (transformation α), c'est-à-dire que les pions qui étaient sur la 4ᵉ et sur la 8ᵉ case n'ont pas été déplacés, tandis que le pion qui était sur la 5ᵉ case est venu sur la 7ᵉ,

»	»	6ᵉ	»	»	5ᵉ,
»	»	7ᵉ	»	»	6ᵉ.

Si, partant de la même permutation 7685, nous amenons 3 sur la 7ᵉ case, et qu'ensuite nous ramenions successivement à leur place 1 et 2, puis 3 et enfin 4, d'une manière analogue à celle qui a été indiquée ci-dessus, la permutation 7685 est changée en 8657 (transformation β), c'est-à-dire que les pions qui étaient sur les cases 4 et 6 n'ont pas changé de place, tandis que le pion qui était sur la 5ᵉ case est venu sur la 8ᵉ,

»	»	7ᵉ	»	»	5ᵉ,
»	»	8ᵉ	»	»	7ᵉ,

Examinons maintenant les permutations de la première classe et voyons comment on pourra, au moyen de l'une des transformations α ou β, les ramener dans l'ordre naturel.

45678. — Rien à faire, le problème est résolu.

45786. — Amenons 4 sur la 6ᵉ case, en faisant 2 tours (sens direct) dans le rectangle de droite; ce qui donne 86457. En appliquant à cette dernière permutation la transformation α, elle deviendra 84567 et il suffira de faire un tour en sens rétrograde,

dans le rectangle de droite, pour que tous les pions occupent leurs cases respectives.

45867. — Amenons 4 sur la 8ᵉ case, nous aurons 58674 qui, par la transformation α, deviendra 56784, et le problème sera résolu.

46587. — Amenons 4 sur la 8ᵉ case, nous aurons 65874 qui, par la transformation β, deviendra 67845 ; le problème sera encore résolu, il suffira de tourner dans le rectangle de droite pour ramener chaque pion sur sa case.

Et ainsi de suite.

Désignons par 4, 5, 6, 7, 8 les dispositions dans lesquelles, le pion 4 occupant les 4ᵉ, 5ᵉ, 6ᵉ, 7ᵉ, 8ᵉ cases, on amène 3 sur la 6ᵉ; par 4′, 5′, 6′, 7′, 8′ les dispositions dans lesquelles, le pion 4 occupant les mêmes cases, on amène 3 sur la 7ᵉ.

Nous pourrons indiquer, par le Tableau suivant, la marche à suivre pour chaque permutation.

	6587 — 8′	7568 — 4	8576 — 6′
5786 — 6	6758 — 7	7685 — 5′	8657 — 4′
5867 — 8	6875 — 7′	7856 — 5	

Pour 8765, il faudra faire une transposition quelconque, 4 par exemple, on aura 7685 qui, par la transposition 5′, deviendra 5678.

La pratique du taquin de neuf cases avec un seul pont donne lieu à la règle suivante :

Mettre en place les pions 1, 2, 3 ;

Lire, dans le sens direct, à partir du pion 4, le nombre formé par les quatre derniers chiffres ;

Se reporter à la Table ci-dessus (qu'il est facile d'apprendre par cœur) pour savoir sur quelle case il faut amener les pions 4 et 3;

Ramener à leur place les pions 1 et 2, puis le pion 3 et enfin le pion 4.

Tous les pions seront alors placés dans l'ordre naturel.

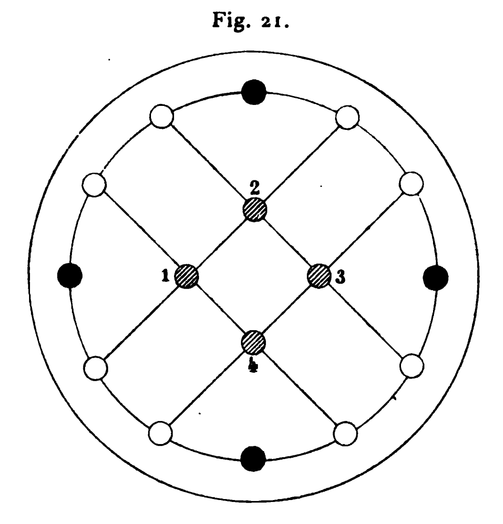


LE PARADOXAL.

La *Revue des Jeux* a donné la description suivante de ce jeu, dans son numéro du 16 mai 1890 :

« Le *Paradoxal tricolore* est un jeu qui a 16 pions et 16 cases

Fig. 21.



situées aux sommets d'un dodécagone et d'un carré central. Les

cases du carré sont jaunes et portent les numéros 1, 2, 3, 4. Sur le dodécagone, deux cases rouges (blanches dans la *fig.* 21) sont suivies d'une case verte.

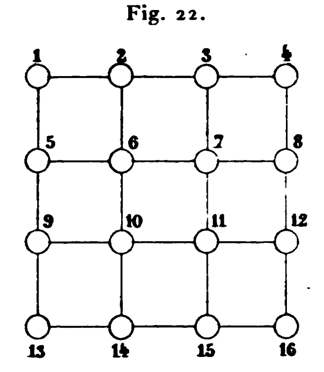
» Tous les pions sont numérotés : les jaunes portent les numéros 1, 2, 3, 4; les verts les numéros 1, 4, 7, 10, et les rouges les numéros 2, 3, 5, 6, 8, 9, 11, 12.

» Lorsqu'on a placé tous les pions au hasard, chacun sur une case, et sorti du jeu un pion jaune quelconque, la question consiste à conduire les quinze pions restés au jeu à leurs places respectives, de manière que chaque pion jaune se trouve sur la case jaune de même numéro, et que les pions du pourtour soient sur les cases de même couleur, et leurs numéros dans le même ordre que ceux qui marquent les heures sur un cadran d'horloge.

» On joue en poussant chaque fois sur la case vide un pion situé sur une case voisine, et en suivant la ligne tracée entre ces deux cases. »

Ce jeu n'est autre chose que le *Taquin* ordinaire (*fig.* 22) dans

Fig. 22.



lequel on enlève, au lieu du pion 16, l'un des pions 6, 7, 10 ou 11.

A cause de la symétrie de la figure, on peut toujours supposer que c'est le pion 11 qui a été enlevé.

Les pions étant placés au hasard, on commence par s'assurer, au moyen de la règle connue, si la disposition donnée correspond à une solution possible, c'est-à-dire si elle appartient à la première classe. Dans le cas où elle appartiendrait à la deuxième, on permuterait deux pions pour rendre la solution possible.

Cela fait, on met en place les pions 1 à 4, 13 à 16, 5, 6, 9, 10, ce qui est toujours possible. Les trois pions 7, 8, 12 sont alors placés dans l'ordre naturel; il suffit de les faire tourner pour les amener chacun à sa place, s'ils ne l'occupent pas déjà.



LE JEU DES JONCTIONS DE POINTS.

Ce jeu a été étudié par MM. Flye Sainte-Marie et Delannoy.

M. Flye Sainte-Marie a fait sur les fins de partie (c'est-à-dire sur le jeu pris à un moment quelconque après un certain nombre de coups joués au hasard) un travail très complet, dont les développements ne peuvent trouver ici leur place. Nous nous contenterons d'indiquer, d'après M. Delannoy, la marche à suivre pour gagner sûrement, en jouant correctement dès le début de la partie.

Définition et règles du jeu.

Étant donné un nombre quelconque de points, deux joueurs se proposent la partie suivante :

Chacun d'eux, à tour de rôle, joindra deux points par un trait mené à volonté, en évitant toutefois de passer par un autre point et en observant :

1° Que chaque point ne serve jamais d'extrémité à plus de deux traits ;

2° Que d'un point à un autre il ne soit jamais mené qu'un seul trait;

3° Qu'un trait ne se croise jamais avec un autre, ni avec lui-même. (On suppose que les traits sont des lignes sans épaisseur.)

Le premier des deux qui ne pourra plus jouer aura perdu la partie.

Remarque. — Toutes les fois qu'un joueur joindra un trait à un trait, l'autre pourra riposter en fermant la chaîne ainsi formée. On pourra donc ne pas s'occuper des coups consistant dans la jonction de deux traits; on n'aura à considérer que la jonction d'un point à un point ou à un trait, ou bien la continuation ou la fermeture d'une chaîne.

Il résulte de là que la partie sera perdue par le joueur auquel on livrera un jeu ne contenant que des traits, ou bien des traits et un point, car il est évident qu'on ne modifie pas les conditions du jeu en considérant ce point comme un trait.

Marche du jeu.

Le nombre des points donnés peut être $4n$, $4n+1$, $4n+2$ ou $4n+3$. De là quatre cas à considérer.

Il est facile d'étudier les parties pour $n=0$ et $n=1$, et d'en déduire la marche à suivre pour les valeurs plus élevées de n.

1° $n=0$.

Il est évident que si le nombre des points donnés est 0 ou 1, le premier joueur A ne peut pas jouer et perd la partie.

Si le jeu se compose de 2 points, A les joint l'un à l'autre et gagne, car le second joueur B ne peut évidemment pas jouer.

Si le jeu est formé de 3 points, A en joint deux et gagne, car il livre à B un jeu composé d'un trait et d'un point.

2° $n=1$.

Cas de 4 points. — A en joint deux, B joint les deux autres et gagne, car il livre à A un jeu composé de traits.

Cas de 5 points. — A en joint deux, B fait de même et gagne pour la même raison que ci-dessus.

Cas de 6 points. — A joint deux points, B ne peut pas en joindre deux autres; car il perdrait, A joignant les deux points restants et lui livrant un jeu composé de traits. B joindra donc un point à un trait et formera ainsi une chaîne ouverte. A ne pourra plus que jouer l'un des trois coups suivants :

1° Fermer la chaîne; il perdra en laissant à B un jeu de trois points.

2° Joindre un point à la chaîne; alors B fermera la chaîne en enveloppant un point et gagnera en laissant à A un jeu de un point.

3° Joindre deux points; B joindra à ce trait le dernier point. A ne pourra plus que joindre une chaîne à l'autre, et B gagnera en fermant cette nouvelle chaîne.

Ainsi A perd, quel que soit le coup qu'il joue.

Cas de 7 points. — A joint deux points; B ne peut pas en

joindre deux autres, sinon il perdrait; car A, en joignant encore deux points, lui livrerait un jeu composé de traits et d'un point. Le joueur B joindra donc un point au premier trait tracé; A fermera la chaîne en enveloppant un point et gagnera en laissant à B un jeu de trois points.

3° $n > 1$.

Cas de $4n$ ou $(4n+2)$ points.—A joint deux points, B fait de même, et le nombre des points est diminué de quatre. Il est évident que, si l'on continuait ainsi, B finirait par livrer à A un jeu de quatre ou de six points, et gagnerait la partie. A devra donc, après le $(2p)^{\text{ième}}$ trait tracé, joindre un point à un trait. B fermera la chaîne en enveloppant un point et tous les traits tracés. Il livrera à A un jeu formé de $4(n-p)-2$ points.

En continuant ainsi, il est évident que B finira par livrer un jeu de 4 ou 6 points. A perdra donc toujours quand le nombre des points donnés sera pair.

Il ne sera dérogé à la marche indiquée que si, le nombre des points étant égal à $4n$, on a $p=n-1$. Dans ce cas, le jeu se compose de $2(n-1)$ traits et de 4 points.

Si A joint l'un des quatre points à un trait, B devra prolonger, en la joignant à un trait, la chaîne ainsi formée. A ne pourra plus que jouer l'un des quatre coups suivants :

1° Prolonger la chaîne en la joignant à un trait; B fera de même (ce qui sera toujours possible, le nombre des traits restants étant impair);

2° Prolonger la chaîne en la joignant à un point; B la fermera en enveloppant les traits et un des deux points restants.

3° Fermer la chaîne; B joindra deux des trois points restants;

4° Joindre deux points; B fermera la chaîne en enveloppant tous les traits; dans ces deux derniers cas, B gagnera en livrant à A un jeu composé d'un point et de traits.

Cas de $(4n + 1)$ points. — A joint deux points, B fait de même. Pour ne pas arriver à un jeu de cinq points, qui le ferait perdre, A doit, après le $(2p)^{\text{ième}}$ trait, joindre un point à un trait; B fermera alors la chaîne en enveloppant tous les traits, et livrera à A un jeu de $4(n - p)$ traits, c'est-à-dire un jeu composé d'un nombre pair de points, qui fera perdre le joueur A.

Cas de $(4n + 3)$ points. — A joint deux points; si B fait de même et si l'on continue ainsi, A finira par livrer à B un jeu de sept points, qui fera perdre B. Le joueur B devra donc, après le $(2p + 1)^{\text{ième}}$ trait tracé, joindre un point à un trait; A fermera la chaîne en enveloppant tous les traits, et livrera à B un jeu de $4(n - p + 1)$ points, c'est-à-dire un jeu composé d'un nombre pair de points, et B perdra la partie.

En résumé, A gagnera quand le nombre des points donnés sera égal à 2 ou à un multiple de 4 moins 1; il perdra dans tous les autres cas, si l'on joue correctement.

Il y a donc un désavantage marqué à jouer le premier, quand le nombre des points donnés est inconnu. Il y a alors *trois* à parier contre *un* que le premier joueur perdra la partie.



QUATRIÈME RÉCRÉATION.

LE JEU MILITAIRE
ET LA PRISE DE LA BASTILLE.

« Je ne sais s'il y a quelque rapport entre l'esprit du jeu et le génie mathématicien ; mais il y en a beaucoup entre un jeu et les mathématiques. Laissant à part ce que le sort met d'incertitude d'un côté, ou le comparant avec ce que l'abstraction met d'inexactitude de l'autre, une partie de jeu peut être considérée comme une suite indéterminée de problèmes à résoudre d'après des conditions données. Il n'y a point de question de mathématiques à qui la même définition ne puisse convenir, et la *chose* du mathématicien n'a pas plus d'existence dans la nature que celle du joueur. »

(DIDEROT. — *De l'interprétation de la nature.*)

QUATRIÈME RÉCRÉATION.

—

LE JEU MILITAIRE
ET LA PRISE DE LA BASTILLE.

LE JEU MILITAIRE.

Le *Jeu militaire* a obtenu une grande vogue dans les cercles militaires. Nous avons assisté dernièrement, au café de la Régence, à une expérience à laquelle se prêtait le plus lèbre de nos joueurs d'échecs, M. J. A. de Rivière, et dans quelle M. Barteling, le champion du jeu de dames, a résolu le roblème les yeux fermés.

M. Barteling est parvenu à jouer, sans voir le damier, une rtie de dames, presque entière, en se servant de la notation agonale, tour de force qui avait été vainement tenté par hilidor; mais le jeu en question est beaucoup plus simple, car n des partenaires n'a que trois pions tandis que l'autre n'en ssède qu'un seul; d'autre part, le casier de ce nouveau jeu nferme seulement onze cases, au lieu de cinquante. Nous allons

donner le moyen de toujours gagner avec les trois pions, en observant les règles du jeu, contre un adversaire quelconque, et sans voir le casier.

Par conséquent le Jeu militaire rentre dans la catégorie des jeux où le hasard ne remplit aucun rôle; il se rapproche du *Jeu des marelles* que nous avons tous joué dans notre enfance avec trois cailloux blancs et trois cailloux noirs. Il est encore analogue au *Jeu des chiens et du loup* que l'on exécute avec cinq pions contre un seul sur le damier ordinaire et dans lequel les cinq chiens peuvent toujours acculer le loup et l'emprisonner sur une case du damier.

Nous reproduirons d'abord les documents qui nous ont été communiqués sur ce jeu intéressant; nous en donnerons ensuite la théorie complète.

Le *Bulletin de la Réunion des officiers* (N° 34 du 21 août 1886, p. 795), contient l'alinéa suivant : « M. Louis Dyen, sous-lieutenant en retraite, chevalier de la Légion d'honneur [1], a utilisé ses loisirs à la confection d'un jeu militaire qu'il a offert à la bibliothèque, et qui, par ses combinaisons variées, donne une idée des manœuvres stratégiques employées par trois brigades de cavalerie pour couper de ses communications un corps d'armée qu'elles harcèlent. Sous une apparence des plus simples, le Jeu militaire présente une variété de combinaisons très compliquées. La partie matérielle du jeu se compose d'une planchette semblable à un échiquier, sur laquelle se trouvent onze cases liées à leurs voisines par autant de lignes droites qui marquent autant d'étapes à fran-

[1] D'après Martin Gall, le chroniqueur des jeux de combinaisons au Journal *Gil Blas*, l'inventeur du Jeu militaire serait M. Constant Roy, à Saint-Mandé (Seine).

chir par chacune des trois brigades de cavalerie pour couper le corps d'armée de ses communications, et par le corps d'armée pour éviter d'être bloqué. Le corps d'armée est victorieux lorsque, après un nombre d'étapes marqué d'avance, il n'a pu être immobilisé; il est vaincu dans le cas contraire. Moins difficile que le jeu d'échecs, le Jeu militaire est des plus instructifs, et mérite d'être recommandé comme une distraction des plus utiles aux officiers et aux sous-officiers. »

Voici maintenant le prospectus qui accompagne la tablette du Jeu militaire :

« Ce nouveau jeu, basé sur la stratégie militaire et paraissant à première vue d'une grande simplicité, présente au contraire des coups difficiles et demande une attention soutenue.

» Les joueurs se trouvent bientôt en présence de combinaisons incalculables de défense et de passage dépendant toujours de l'attaque et de la riposte, ce qui permet de le comparer au jeu d'échecs.

» Des primes de *cent* francs sont offertes par l'inventeur aux personnes qui gagneront autant de parties que lui-même, et des primes de *mille* francs à celles qui en gagneraient plus de la moitié.

» Une partie se compose d'un nombre de coups égaux joués à tour de rôle par chacun des deux partenaires.

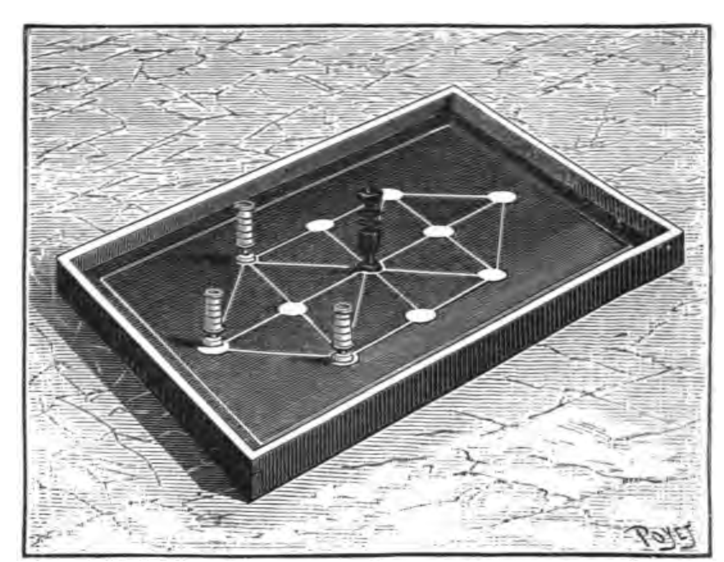
Règles du Jeu.

« Le jeu se compose de douze triangles isoscèles formant onze stations ou places et de vingt-deux lignes qui sont autant de routes reliant ces places.

» Il se joue à deux comme aux échecs : l'un prend le jeton qui représente le corps d'armée, l'autre joue avec les trois tours.

» Le corps d'armée placé primitivement sur la station 2

Fig. 23.



Le nouveau jeu militaire.

(*fig.* 24 et 25) part le premier se dirigeant sur la station 5 ; de là, il prend la route qui lui semble la plus favorable. A chaque bifurcation des routes, c'est-à-dire à chaque station, il doit s'arrêter et attendre la réponse de l'adversaire. Il peut marcher à droite, à gauche, en avant et en arrière, c'est-à-dire dans tous les sens, lorsque les routes sont libres.

» Les trois tours sont placées sur les cases *a*, 1 et 3 ; elles suivent

le corps d'armée, et sont jouées à tour de rôle au choix de l'autre partenaire; celles qui n'ont pas été déplacées peuvent faire un mouvement en arrière; toutefois ce mouvement ne peut s'opérer qu'une seule fois; ensuite elles doivent marcher en avant ou de côté.

» Le corps d'armée gagne la partie si les tours n'arrivent pas à le cerner dans une des places du jeu; par contre, il la perd, si les tours parviennent à le bloquer dans une place quelconque. »

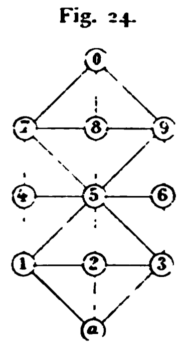
Sans nous arrêter aux considérations de stratégie dont il est parlé dans ce prospectus, et qui ne nous paraissent avoir aucun rapport avec le *Jeu militaire,* nous devons reconnaître que ce jeu est assez intéressant et assez difficile, bien qu'il nous ait paru trop simple dès l'abord. Nous en donnerons la solution complète que nous venons d'élaborer à Orléans, avec notre ami M. Delannoy. Nous montrerons d'abord que le nombre des combinaisons de ce jeu, loin d'être incalculable, est très facile à déterminer; puis nous ferons voir que les tours, habilement dirigées, finissent toujours par bloquer le corps d'armée.

Nombre des positions diverses.

Le nombre des dispositions des trois tours sur onze cases est égal au nombre des combinaisons pour onze objets pris trois à trois, ou 165; d'ailleurs, le roi noir peut se trouver en l'une des huit cases inoccupées par les tours; il suffit donc de multiplier par 8 le nombre précédent. Ainsi le nombre des diverses positions du jeu est 1320; nous voici bien loin des combinaisons *incalculables* annoncées par le prospectus.

Nous ferons observer, d'autre part, que le nombre que nous venons d'indiquer est une limite supérieure du nombre des positions distinctes. En effet, beaucoup d'entre elles sont symétriques

Fig. 24.



Notation des cases.

Fig. 25.

Position initiale.

deux à deux et se ramènent l'une à l'autre en repliant la figure autour de l'axe longitudinal *ao* (*fig.* 24).

Parties élémentaires.

Nous commencerons par étudier quelques coups ou fins de parties que nous désignerons respectivement par les lettres A, B, C, D, E, F; puis nous donnerons le tableau général de l'attaque et de la riposte. Dans ce qui suit, nous supposerons que l'on tient compte des positions symétriques par rapport à l'axe *ao* du jeu, afin de simplifier l'étude de tous les cas possibles.

Partie A (*fig.* 26). — Les blancs jouent et gagnent en un coup. — Il suffit de jouer 5 en 8. La position de cette partie sera désignée par 579 — o. le groupe de trois chiffres représentant les

positions des blancs, et le chiffre isolé, la position du noir.

Fig. 26.

Partie A.

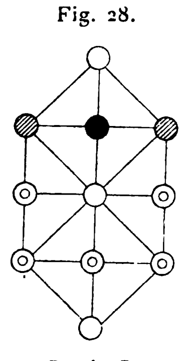
Fig. 27.

Partie B.

Partie B (*fig.* 27). — Les blancs jouent et gagnent en un coup. — Il suffit de jouer 8 en 7

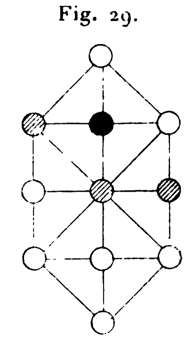
Partie C (*fig.* 28). — Les blancs jouent et gagnent en deux

Fig. 28.



Partie C.

Fig. 29.



Partie D.

coups. — Le petit rond sur une case indique l'une des positions

du troisième pion blanc, les deux autres étant représentés par des cases grises. — On joue le troisième pion au centre 5, le noir vient en o et l'on est ramené à la partie A.

Partie D (*fig.* 29). — Les blancs jouent et gagnent en deux coups. — Il suffit de jouer 6 en 9.

Partie E (*fig.* 30). — Les blancs jouent et gagnent en trois coups, quelle que soit la position du troisième pion blanc sur l'une des cinq cases couvertes d'un petit rond. — On joue 5 en 9; le noir vient en 8; puis on amène le troisième pion en 5 et le noir revient en o.

Partie F (*fig.* 31). — Les blancs jouent et gagnent en trois ou

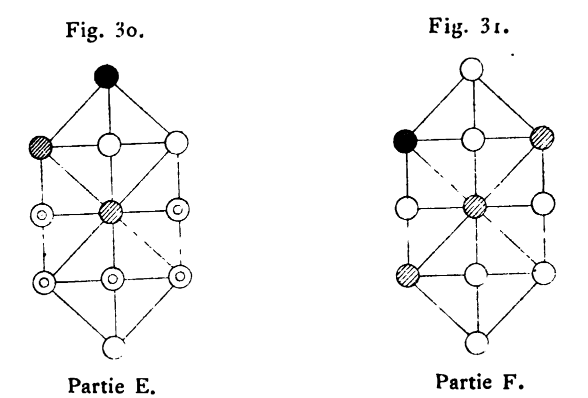


Fig. 30. Partie E.

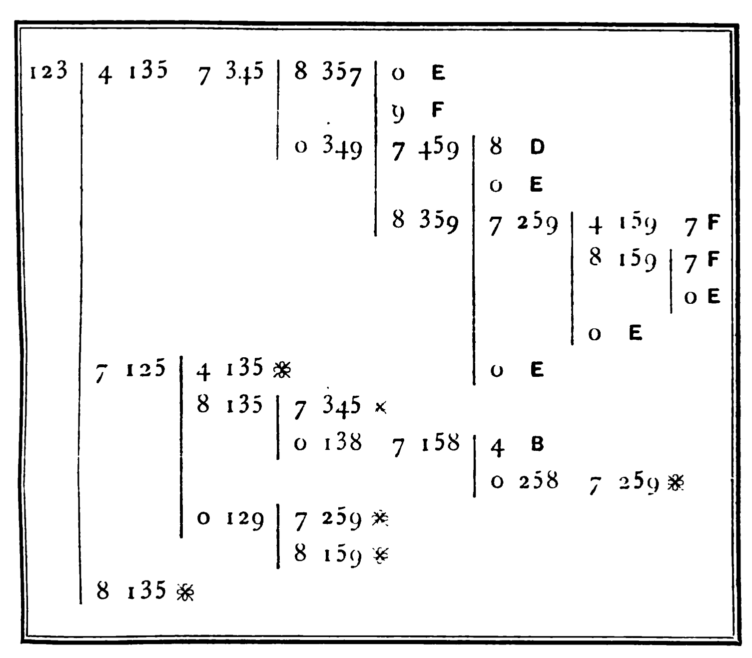
Fig. 31. Partie F.

quatre coups. — Les blancs jouent 1 en 4 et le noir vient en 8 ou en o; s'il vient en 8, on joue 4 en 7, et le noir vient en o; on joue ensuite 5 en 8 et le noir est bloqué. Mais si le noir vient en o, on joue 5 en 7, le noir vient en 8; les blancs jouent 4 en 5, le noir vient en o; les blancs jouent 5 en 8 et le noir est bloqué. Nous

invitons le lecteur à étudier ci-dessous la notation de cette partie, avant d'étudier le Tableau général.

159	7	459	8	579	0	789	»	»
			0	479	8	579	0	789

Cette notation représente les positions successives des pions



123	4 135	7 345	8 357	0 E			
				9 F			
			0 349	7 459	8 D		
					0 E		
				8 359	7 259	4 159	7 F
						8 159	7 F
							0 E
						0 E	
	7 125	4 135 ※			0 E		
		8 135	7 345 ×				
			0 138	7 158	4 B		
					0 258	7 259 ※	
		0 129	7 259 ※				
			8 159 ※				
	8 135 ※						

Fig. 32. — Tableau général des parties du Jeu militaire.

blancs et du pion noir. Le Tableau ci-dessus (*fig.* 32) représente tous les cas qui peuvent se présenter dans la partie du Jeu; en laissant l'initiative aux pions blancs, le noir peut occuper diverses

cases; ce Tableau montre que les ***blancs gagnent toujours en une douzaine de coups,*** au maximum. Dans ce Tableau nous n'avons pas tenu compte des positions symétriques par rapport à l'axe longitudinal *ao*. Les lettres du Tableau indiquent les fins de parties que nous venons d'étudier et le signe ※ indique que le Tableau renferme, dans l'une des lignes supérieures, une position identique à celle à laquelle on vient de parvenir.

REMARQUE I. — Les blancs doivent éviter d'occuper la position diagonale 159 (ou 257), si le noir peut venir en 8 ou en 4 (ou 6), attendu que le noir pourrait rendre la partie nulle.

REMARQUE II. — Au début de la partie, jusqu'à ce qu'on soit arrivé à l'une des positions A, B, C, D, E, F, les blancs doivent jouer suivant une diagonale quand le noir a joué suivant une diagonale (et seulement dans ce cas). Il n'y a d'exception que pour la position 7 — 158. Si le noir joue de 7 en 0, les blancs doivent jouer de 1 en 2, sinon ils ouvriraient un passage ou feraient partie nulle.

REMARQUE III. — Il n'est pas nécessaire de faire reculer les blancs facultativement une fois, ainsi qu'il est dit dans la règle; il est préférable de supprimer cette complication inutile, puisque les blancs gagnent quand même.

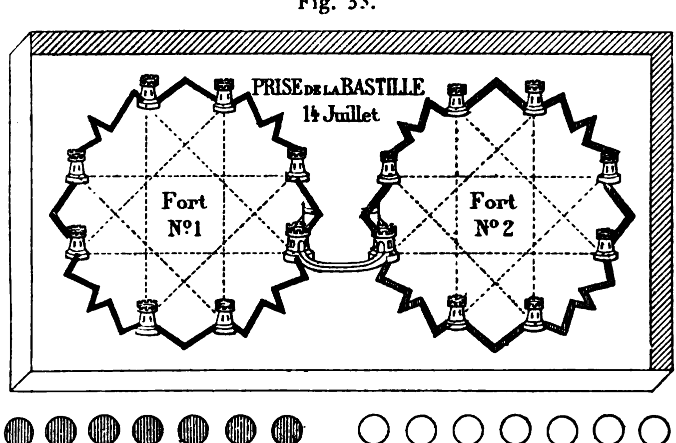
En quelques heures, on se rend maître de ce jeu, et l'on peut gagner autant de fois qu'on voudra la prime de *cent francs* offerte par le prospectus. Mais il s'agit de trouver l'adresse du banquier; c'est un problème plus difficile que le précédent.



LA PRISE DE LA BASTILLE.

On vendait dernièrement sur les boulevards une petite boîte de carton dans l'intérieur de laquelle se trouvait dessinée la

Fig. 33.



Le jeu de la Prise de la Bastille.

fig. 33; la boîte renfermait quatorze jetons dont sept noirs et sept rouges, et une devinette mathématique. Cette question, que l'on appelait la *Prise de la Bastille*, se compose des quatre problèmes suivants :

I. Faire entrer dans le fort de gauche les sept pions noirs, en suivant les diagonales pointillées, par la porte P (*fig.* 34), de manière à garnir les sept tours numérotées de 1 à 7, et à laisser la porte libre.

II. Faire passer les sept pions noirs du fort de gauche dans le

fort de droite, en suivant les lignes pointillées, et en pénétrant par la porte P′, de manière à garnir les sept tours numérotées de 1′ à 7′ et à laisser la porte libre.

III. Faire entrer dans le fort de gauche sept pions rouges, comme dans le premier problème.

IV. Enlever l'un des jetons et faire l'échange des autres pions qui garnissent les deux forts, en les faisant passer alternativement de l'un des forts dans l'autre, en suivant toujours les lignes pointillées.

Fig. 34.

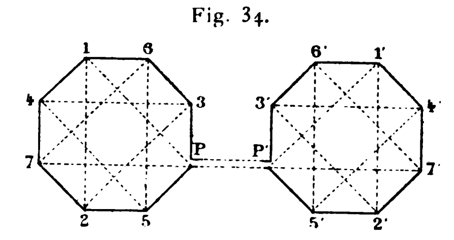


Figure explicative du jeu.

Il est entendu que deux pions ne peuvent se trouver simultanément sur une même tour, soit au repos, soit dans le déplacement. Le jeu est facile à réaliser en dessinant la figure sur un carton et en se servant de jetons de deux couleurs, ou des pions d'un jeu de dames ou d'un jeu d'échecs.

Nous observerons tout d'abord que le troisième problème ne diffère pas du premier, et que le deuxième problème n'en diffère que par le sens, car la figure donnée se compose de deux parties symétriques.

Pour résoudre le premier problème, on introduit un premier pion en 3, en suivant le chemin P123, puis un autre en 2, en

suivant le chemin P12, et enfin un troisième en 1 par le chemin P1 ; en tout, $1 + 2 + 3$ ou 6 coups.

On introduit ensuite un pion en 4, par le chemin P7654, puis un en 5 par le chemin P765, un autre en 6 par le chemin P76, et le septième en 7 par le chemin P7; en tout, $1 + 2 + 3 + 4$ ou 10 coups. On remplit donc le fort en 16 coups.

On aurait pu garnir les forts 2, 1 d'abord; puis, dans le sens inverse, les forts 3, 4, 5, 6, 7; ce qui aurait donné un nombre de coups égal à

$$1 + 2 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 18$$

Si la figure contenait un plus grand nombre de forts, on partagerait les pions en deux parts égales ou différentes de l'unité, suivant que le nombre des jetons serait pair ou impair; on introduirait l'une des parts dans un sens P12..., et l'autre dans le sens inverse; on aurait ainsi le nombre minimum des coups.

Si le nombre des jetons est pair et égal à $2n$, le nombre minimum des coups est égal à $n(n + 1)$, et si le nombre des jetons est impair et égal à $2n + 1$, le nombre minimum des coups est égal à $(n + 1)^2$.

Pour résoudre le quatrième problème, nous pouvons toujours supposer que le pion enlevé se trouvait sur la tour 7′, car, s'il en était autrement, il suffirait de faire rétrograder d'un rang quelques pions du fort P′ pour dégager la tour 7′.

a. Cela posé, on amène sur 7′ le pion qui est en 1 ; ensuite on fait reculer d'un rang tous les pions du fort P de manière à dégager la tour 7.

b. On amène en 7 le pion de la tour 1′ et l'on fait reculer d'un rang tous les pions du fort P′ de manière à dégager la tour 7′.

c. Enfin, on recommence successivement les manœuvres *a* et *b* jusqu'à ce que l'échange des pions ait été obtenu dans les deux forts.

Le nombre des coups est égal à 85, et si le polygone a n tours en plus de la porte P, le nombre des coups est $2n(n-1)+1$.

Ces règles sont évidentes si l'on remarque que l'on peut remplacer la figure donnée par la suivante (*fig.* 35).

Fig. 35.

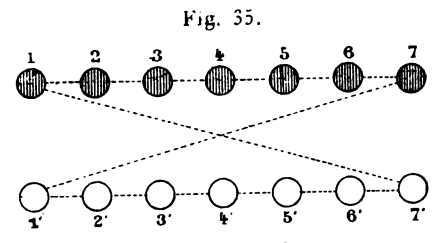


Figure de solution.

La jolie solution que nous venons d'expliquer est due à M. Delannoy, ancien élève de l'École Polytechnique.



CINQUIÈME RÉCRÉATION.

—

LA PATTE D'OIE ET LE FER A CHEVAL.

« L'essentiel est d'être heureux, même en jouant aux quilles. »

(FRÉDÉRIC II.)



CINQUIÈME RÉCRÉATION.

—

LA PATTE D'OIE ET LE FER A CHEVAL.

TROIS DAMES CONTRE UNE, JEU ESPAGNOL.

Tous ceux qui ont joué aux dames savent que, sauf de très rares exceptions, la partie est considérée comme nulle lorsque l'un des joueurs n'a plus que trois dames et l'autre une seule. Mais il n'en est pas de même, lorsque cette partie finale se joue sur l'échiquier de soixante-quatre cases, en conservant les règles ordinaires du jeu de dames.

Ce jeu se joue beaucoup en Espagne, où il est connu sous le nom de *Jeu de la Patte d'Oie;* il se compose de l'échiquier ordinaire que nous avons représenté dans la *fig.* 36.

Notation expressive.

Chacune des cases est désignée par deux chiffres; le premier nommé *abscisse* indique le rang, compté de gauche à droite et de 1 à 8, de la colonne verticale dans laquelle se trouve cette case;

le second chiffre, nommé *ordonnée,* indique le rang, compté de bas en haut et de 1 à 8, de la ligne horizontale qui contient cette même case. Pour opérer d'une manière rapide, il est préférable

Fig. 36.

	28		48		68		88
17		37		57		77	
	26		46		66		86
15		35		55		75	
	24		44		64		84
13		33		53		73	
	22		42		62		82
11		31		51		71	

Notation expressive de l'échiquier par Vandermonde.

de lire séparément chacun des deux chiffres de la notation; ainsi, 46 se lit quatre, six; de cette façon, on se fixe plus facilement dans la mémoire l'ensemble des cases de l'échiquier.

Pour toute case blanche, les deux chiffres de la notation sont de même parité, c'est-à-dire sont pris en même temps parmi les chiffres pairs 2, 4, 6, 8, ou en même temps parmi les chiffres impairs 1, 3, 5, 7. Au contraire, pour toute case noire, les deux chiffres de la notation sont de parité différente, c'est-à-dire que

l'un d'entre eux est pair lorsque l'autre est impair. Ainsi, les yeux fermés, il est facile de savoir, par la notation d'une case, si celle-ci est blanche ou noire.

Nous avons supposé le coin inférieur à gauche occupé par une case blanche; il faudrait prendre les résultats contraires si ce coin était occupé par une case noire.

Ainsi deux cases sont dans la même colonne lorsque le premier chiffre de la notation est le même, dans la même ligne si le second chiffre de leur notation est le même. Deux cases sont dans une même ligne parallèle à la diagonale 11-88, lorsque la différence des premiers chiffres de leurs notations est égale à la différence des seconds chiffres, prise dans le même ordre. Deux cases sont sur une même parallèle à la diagonale 18-81, lorsque la différence des premiers chiffres de leurs notations est égale à la différence des seconds chiffres, prise dans l'ordre inverse.

Cette notation expressive des cases de l'échiquier s'applique aussi au damier (1). Elle est due à Vandermonde et dérive immédiatement du système des coordonnées imaginé par Descartes, pour l'étude analytique de la Géométrie. Elle est couramment appliquée dans les Ouvrages anglais, et il est vraiment regrettable qu'elle ne soit pas acceptée en France, son pays d'origine, avec la même unanimité.

Victoire infaillible.

L'un des joueurs prend trois dames noires qu'il pose où il lui plaît sur les cases blanches, et l'autre joueur une dame blanche qu'il pose aussi sur une case blanche inoccupée. Les dames

(1) *Récréations mathématiques*, t. II, p. 8 à 10.

noires et la dame blanche se déplacent comme au jeu ordinaire. Cela posé, nous allons démontrer que les noirs finissent toujours par prendre la dame blanche, quelles que soient les positions initiales et la tactique de défense de la dame blanche, à la condition expresse que celle-ci n'occupe pas au début l'une des cases de la grande diagonale 11-88. D'ailleurs, si, dès le début, la dame blanche occupe l'une des cases de cette ligne, elle peut, avec un peu d'attention, rendre la partie nulle. Nous donnerons la solution de cet intéressant problème d'après la méthode de M. Henri Delannoy.

On commence par amener deux dames noires en 44 et 46, ce qui est toujours possible si, au début, on occupe la grande diagonale 11-88. La position la moins défavorable pour la dame blanche est d'occuper la diagonale 31-86; mais on peut la déloger de cette position en amenant la troisième dame noire en 31 ou en 86. Cela fait, on amène la troisième dame noire en 53, de telle sorte que la position des noirs est 44, 46, 53.



LA PATTE D'OIE.

La dame blanche ne peut occuper aucune case située sur une diagonale contenant une dame noire; elle ne peut donc se trouver que sur l'une des cases 48, 84, 15 ou 51; dans le premier cas, les noirs jouent 44 en 33, et dans le second cas 44 en 66 et occupent ainsi les sommets d'un triangle isoscèle (*fig.* 37). Supposons donc la partie dans l'état de cette figure, avec le trait

aux noirs. Les noirs jouent 46 en 24 et la dame blanche ne peut

Fig. 37.

La Patte d'oie.

alors occuper que trois cases conformément au Tableau suivant.

Les noires en 24, 33, 35.

A. — La dame blanche en 37.
B. — La dame blanche en 15.
C. — La dame blanche en 84.

Partie A. — Les noirs jouent de 53 en 26 et de 33 en 51 ; la dame blanche est prise.

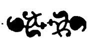
Partie B. — Les noirs jouent de 53 en 44, et la dame blanche

en 37 ou 48; alors les noirs jouent de 44 en 26 et de 33 en 51, et gagnent la partie comme dans la fin de la partie précédente.

Partie C. — Les noirs jouent de 53 en 62 et de 24 en 15; la dame blanche est encore prise.

On trouvera des solutions analogues, par symétrie, lorsque la dame blanche, au début de la partie, occupera l'une des positions 84, 15 ou 51 au lieu de 48.

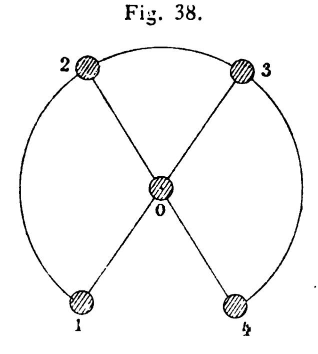
Nous conseillons l'étude de cette récréation aux amateurs du jeu de dames; ils trouveront des combinaisons intéressantes pour les fins de partie.



LE JEU DU FER A CHEVAL

Le jeu du Fer à cheval se joue couramment dans diverses par-

Fig. 38.



Le Fer à cheval.

ties de l'Europe; il est très connu en Alsace et dans le Jura. On dessine sur le sol ou sur une ardoise la figure ci-dessus (*fig.* 38),

formée des trois quarts d'une circonférence et de deux diamètres perpendiculaires. On détermine ainsi cinq cases ou stations que nous désignerons par les chiffres 0, 1, 2, 3, 4.

Le jeu se joue à deux; chacun des joueurs possède deux jetons de couleurs différentes, blanche et noire, par exemple. Les deux joueurs posent alternativement les deux jetons sur une case vide, puis, à chacun leur tour, ils font glisser l'une de leurs pièces sur une case voisine. La partie est perdue par le joueur qui ne peut plus déplacer aucun de ses jetons et qui s'est laissé bloquer.

Nous allons donner la théorie de ce petit jeu, bien innocent, d'après les études de M. Henri Delannoy.

Nous admettrons d'abord que les blancs jouent toujours les premiers, afin de simplifier la classification. Les deux pions blancs peuvent être disposés de dix manières, en nombre égal aux combinaisons des cinq cases prises deux à deux; ces dix manières se réduisent à six en supprimant les solutions symétriques par rapport à l'axe de figure du Fer à cheval. Pour chacune de ces six dispositions, il y a trois positions pour les pions noirs, en nombre égal aux combinaisons des trois cases restantes prises deux à deux; mais quatre de celles-ci sont symétriques l'une de l'autre, de telle sorte qu'il ne reste que seize positions initiales dans la partie du Fer à cheval (*fig.* 39).

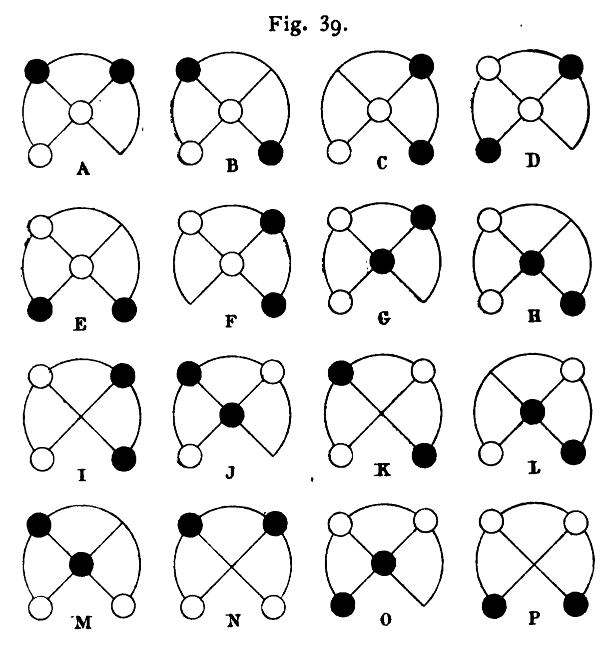
Sur ces seize parties que nous avons désignées par les seize premières lettres de l'alphabet, il y en a

1 ou les noirs gagnent : G;
2 où les blancs gagnent : C et I;
13 où la partie est nulle, à moins d'inadvertance.

Il est facile de voir que pour les treize dernières parties, autres

que C, G, I, on arrive forcément à la disposition K, après trois coups au plus, pour chacun des joueurs. Il nous reste donc à étudier la partie où nous avons lu K, et nous allons démontrer qu'à moins d'inadvertance de part ou d'autre, la partie est nulle.

Fig. 39.



Les seize positions dans le Fer à cheval.

La position K donne lieu à deux parties distinctes suivant que les blancs commencent à jouer le pion 1 ou le pion 3; d'ailleurs, pour simplifier, nous supposerons que dans toute position symétrique par rapport à l'axe de la figure, nous jouerons celui des deux pions dont la case porte le plus petit numéro. Ainsi, si dans une position symétrique, on peut jouer 1 ou 4, nous jouerons 1,

et si l'on peut jouer 2 ou 3, nous jouerons 2. Nous indiquons par les initiales B et N les coups des blancs et des noirs, le coup des noirs qui suit le coup des blancs étant placé à la suite.

Première partie.

B	N	B	N	B	N	
1 — 0	2 — 1	0 — 2	1 — 0	2 — 1	0 — 2	Position K.
		3 — 2	4 — 3	0 — 4		Position symétrique de K.

Deuxième partie.

B	N	B	N	B	N	
3 — 0	4 — 3*	0 — 4	2 — 0	1 — 2	0 — 1	Position symétrique de K.

* Coup forcé, car si les noirs jouaient 2 — 3, ils seraient bloqués par les blancs au moyen du coup 1 — 2.

Ainsi, après que chaque joueur a effectué trois coups, au plus, on retombe sur la position K ou sur la position symétrique. La partie est donc toujours nulle, à moins d'inadvertance facile à éviter.



LE JEU DE MADELINETTE.

La figure du Fer à cheval ne diffère pas sensiblement de celle de la Marelle simple (*fig.* 40) dans laquelle on a supprimé les deux médianes et un côté (*fig.* 41), mais nous indiquerons encore avec M. Delannoy, un nouveau jeu de Marelle (*fig.* 42), plus intéressant que le Fer à cheval, et qui se joue avec trois pions noirs

et trois pions blancs sur la Marelle modifiée en ne supprimant qu'un seul côté et la médiane correspondante.

Les règles du jeu restent les mêmes, et l'on a perdu quand on s'est laissé bloquer par l'adversaire.

Mais ici, les combinaisons sont beaucoup plus variées, les

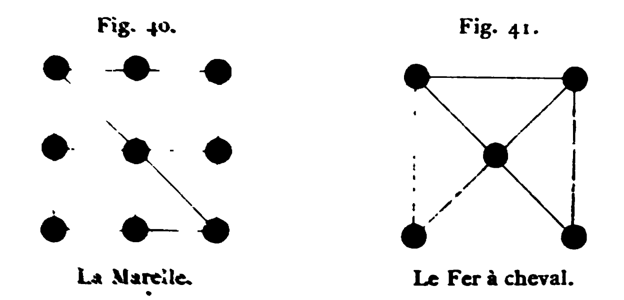


Fig. 40. La Marelle. Fig. 41. Le Fer à cheval.

fautes et les inadvertances sont plus faciles à commettre, et le

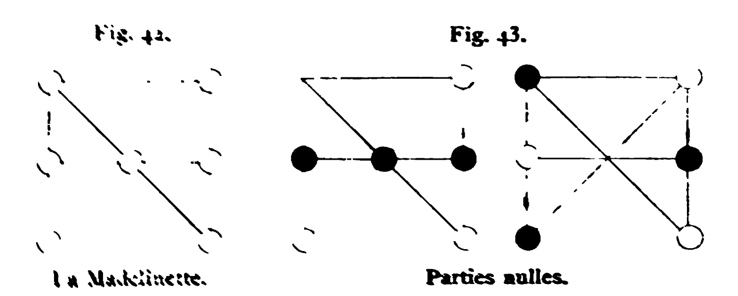


Fig. 42. La Madelinette. Fig. 43. Parties nulles.

jeu n'en devient que plus attrayant. Le plus souvent, la partie est nulle, si l'on joue correctement de part et d'autre.

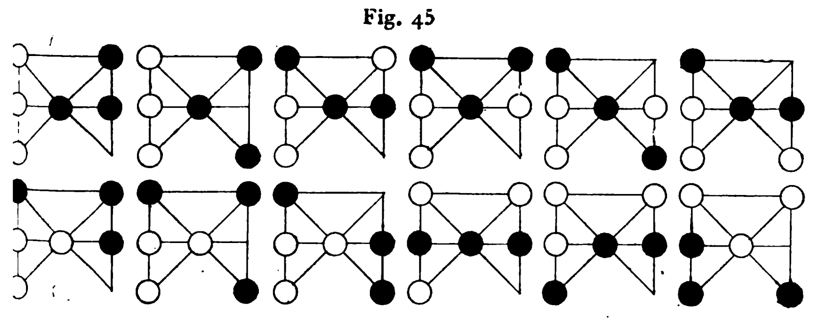
Si les blancs commencent à jouer, on a 35 dispositions pour la position des blancs, nombre égal aux combinaisons de sept cases prises trois à trois ; parmi ces dispositions, il en existe trois pour

lesquelles les pions blancs sont placés symétriquement par rapport

Fig. 44.

Parties gagnées par les blancs.

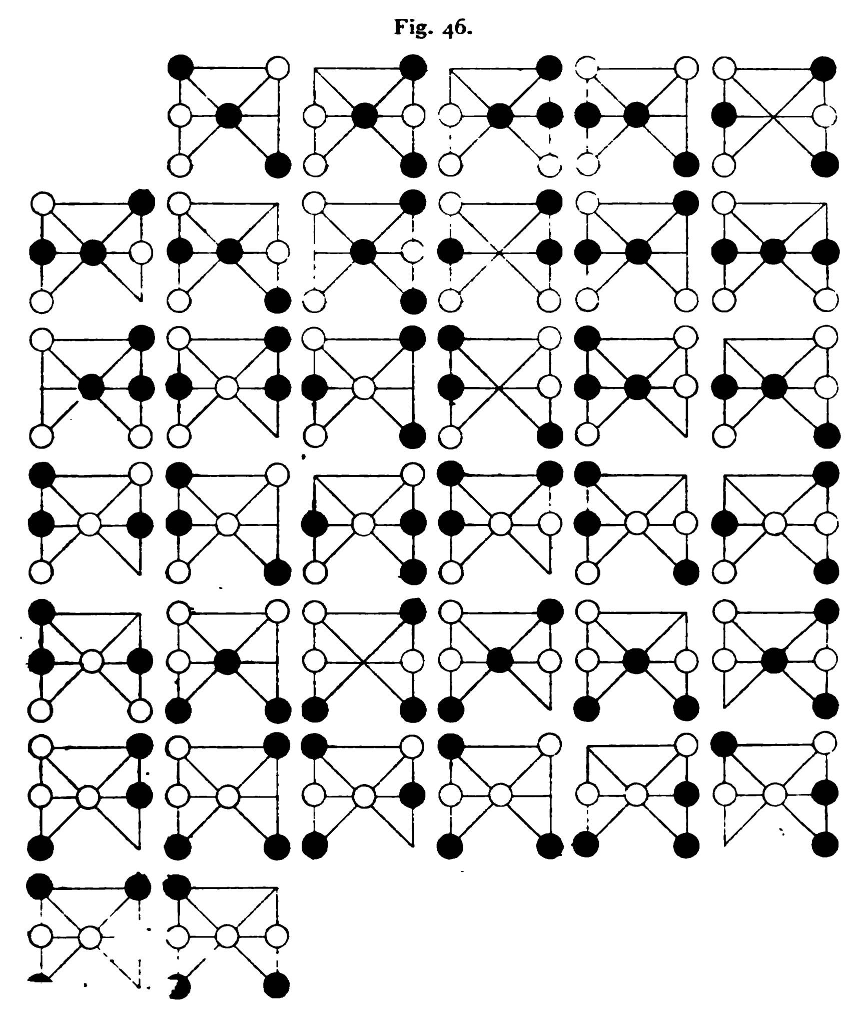
Fig. 45



Parties gagnées par les noirs.

à l'axe de figure ; les 32 autres sont symétriques deux à deux par

Fig. 46.



Parties nulles.

rapport à cet axe. Pour les trois premières positions symétriques,

les pions noirs peuvent occuper quatre positions qui se réduisent à deux par symétrie; il y a donc en tout

$$4.16 + 3.2 = 70 \text{ positions distinctes,}$$

le trait étant aux blancs. L'examen de ces différentes parties nous donne

21 parties gagnées par les blancs (*fig.* 44),
12 parties gagnées par les noirs (*fig.* 45),
37 parties nulles, si l'on joue correctement (*fig.* 46).

Les positions qui conduisent à la nullité et qui se rencontrent le plus fréquemment dans le cours des parties sont représentées dans la *fig.* 43.

Ainsi la proportion des parties nulles est bien moindre que dans le jeu du Fer à cheval. En outre, il y a plus d'imprévu et il arrive souvent qu'une partie qui s'annonce comme nulle est perdue par l'un des joueurs, s'il modifie la tactique qui assure la nullité. Ce jeu ne manque donc pas d'intérêt, et nous le recommandons aux papas et aux mamans, pour leur tranquillité et l'amusement de leurs petits enfants.



SIXIÈME RÉCRÉATION.

—

LE JEU AMÉRICAIN
ET AMUSEMENTS PAR LES JETONS.

« Itaque alternandæ sunt istæ contemplationes et vicissim sumendæ, ut intellectus reddatur simul penetrans et capax. »

(BACON. — *Novum Organum*, Lib. I, Aph.)

SIXIÈME RÉCRÉATION.

—

LE JEU AMÉRICAIN ET AMUSEMENTS PAR LES JETONS.

LE JEU AMÉRICAIN DES SEPT ET HUIT.

Ce jeu consiste en un octogone étoilé (*fig.* 47) formé en joignant, trois à trois, huit points équidistants sur une circonférence.

Il s'agit de placer sept jetons sur sept de ces huit cases, en se conformant à la règle ci-après :

Règle. — Pour placer un jeton, il faut partir d'une case *vide* et reliée par une ligne droite à la case où l'on veut placer le jeton.

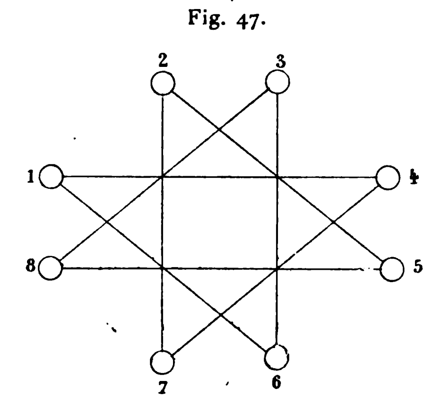
Ce jeu, imaginé par Knowlton, à Buffalo (N.-Y.), a été publié, en 1883, par un journal américain, donnant en prime une statuette en argent, d'une valeur assez élevée, à la personne qui aurait envoyé, dans un délai fixé, la solution exprimée avec le plus petit nombre de mots.

Nous ignorons quelle a été la solution donnée. Elle peut s'exprimer très brièvement de la manière suivante :

Solution. — *Prendre toujours pour case d'arrivée la case de départ précédente.*

Partons, par exemple, du point 4, suivons la ligne 4-1, et posons un jeton en 1 ; la case 4 devra être la seconde case d'arrivée. Comme on ne peut plus arriver en 4 que par la seule ligne

Fig. 47.



7-4, la case 7 sera forcément le deuxième point de départ, et ainsi de suite. Il n'y aura jamais de doute possible.

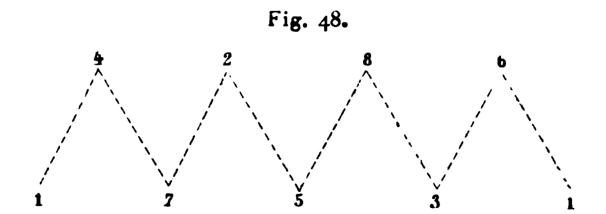
On aura ainsi la marche :

4 — 1, 7 — 4, 2 — 7, 5 — 2, 8 — 5 3 — 8, 6 — 3.

Au lieu de huit points équidistants sur une circonférence, on pourrait en prendre $4n$, que l'on joindrait de $(n - 1)$ à $(n - 1)$. On formerait ainsi une étoile à $4n$ pointes, sur laquelle on pourrait se proposer de placer $(4n - 1)$ jetons. La solution res-

terait la même. On s'en rend facilement compte si l'on remarque que le jeu revient à tracer en traits pleins la ligne brisée 1. 4. 7. 2. 5. 8. 3. 6 (*fig.* 48), tracée en pointillé, avec cette

Fig. 48.



condition que chaque ligne doit partir d'un point où ne passe pas encore de droite tracée en trait plein.

Remarque. — On pourrait s'imposer la condition de placer le dernier jeton sur une case déterminée, la $p^{ième}$ par exemple. Il faudrait, pour cela, prendre la $(p \pm 2)^{ième}$ case pour première case de départ, et la $[p \pm (2n - 3)]^{ième}$ pour première case d'arrivée. (Si l'un de ces nombres est supérieur à $4n$, on en retranchera $4n$, pour avoir le numéro de la case.)

Il a été fait, en France, plusieurs imitations de ce jeu.

La *fig.* 49 représente le jeu de *la Défense nationale*, publié à Lyon.

Il s'agit d'expédier huit corps d'armée sur huit points différents de la France, en partant de Paris par une petite ligne et en parcourant une grande d'un point à l'autre.

La marche est la même que précédemment. Seulement, au lieu de poser directement un jeton sur la première case de départ, on l'y fait arriver en suivant la petite ligne correspondante. Tous les jetons sont mis en place en suivant deux lignes, une petite et

Fig. 49.

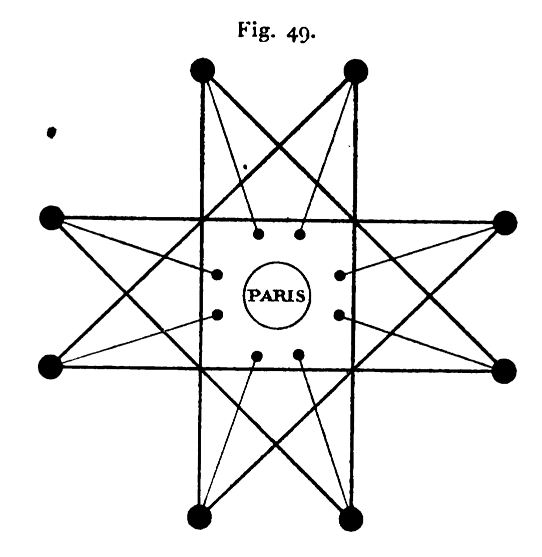
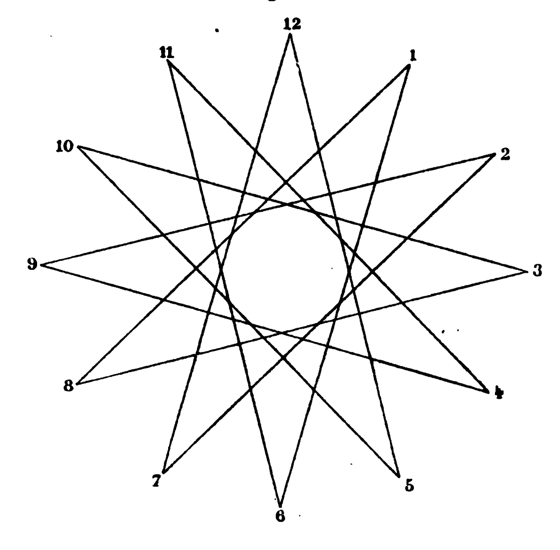


Fig. 50.



une grande, à l'exception du dernier jeton qui n'a qu'une petite ligne à parcourir.

Une autre reproduction de ce jeu a été faite chez Watilliaux, à Paris, sous le nom de *l'Horloge étoilée* (*fig.* 50).

Ce jeu se joue sur une étoile à 12 pointes, et les jetons sont numérotés de 1 à 12.

On dit à une personne de prendre un des douze jetons à son choix. Elle devra le mettre à la place vacante, quand on aura joué les autres, et tous les jetons devront alors se retrouver sur leurs cases respectives.

La marche et la solution sont identiques à celles du Jeu américain.

Si l'on a enlevé le jeton numéroté p, c'est le $(p + 2n - 1)^{\text{ième}}$ qui sera le dernier jeton placé suivant la règle du jeu. Il faudra donc, d'après la *Remarque*, prendre la $(p + 2n + 1)^{\text{ième}}$ case pour première case de départ et la $(p - 4n + 2)^{\text{ième}}$ pour première case d'arrivée.



UN, DEUX, TROIS.

La *Revue des Jeux* du 9 mai 1890 a posé un problème, dont la solution est identique à celle du Jeu américain.

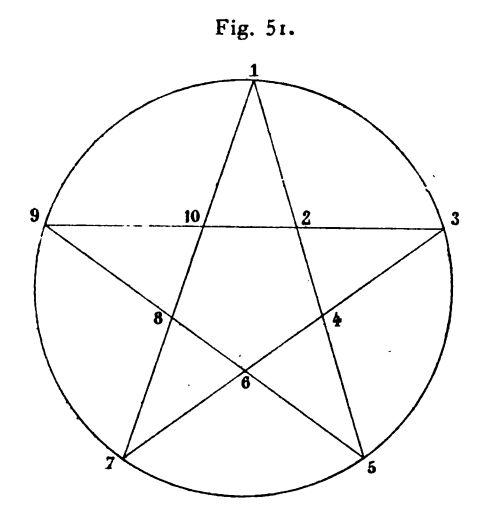
Étant données neuf cartes placées en cercle, comment doit-on s'y prendre pour couvrir huit d'entre elles dans les conditions suivantes :

1° Tenant en main une dixième carte, toucher successivement trois des cartes étalées qui se suivent, en comptant à mesure : *un*

sur la première, ***deux*** sur la seconde, ***trois*** en couvrant, avec la carte en main, la troisième.

2° Il est interdit de commencer par une carte déjà couverte; on

Fig. 51.



ne dira donc jamais ***un*** en touchant une carte couverte, mais on pourra dire *deux*.

3° On peut opérer dans n'importe quel sens.

Cette dernière condition n'est pas nécessaire. On peut couvrir les huit cartes, en comptant de trois en trois à partir d'une case quelconque et en tournant toujours dans le même sens, si l'on prend pour nouvelle case d'arrivée la case de départ précédente.

On peut généraliser le problème. Soit n le nombre des cartes placées en cercle, on demande d'en couvrir $n - 1$, en comptant de p en p. Pour que le problème soit possible, il suffit que n et $(p - 1)$ soient premiers entre eux.

M. Issanchou a présenté la même question sous une forme différente. Il appelle ce jeu *l'Étoile*.

Étant donné un pentagone étoilé (*fig.* 51), compter *un, deux, trois*, toujours en ligne droite, et poser un jeton sur la case où l'on a compté *trois* (sur la case 4, par exemple, si l'on est parti de la case 1). En continuant ainsi, il s'agit de placer neuf jetons sur l'étoile.

On ne peut compter ni *un*, ni *trois* sur les cases déjà occupées, mais on peut compter *deux*.

Il est évident que cela revient à compter *un, deux, trois, quatre*, sur la circonférence. Ici $n = 10$, $p - 1 = 3$; ces nombres sont premiers entre eux, la solution est donc toujours possible en appliquant la règle indiquée ci-dessus.



AMUSEMENTS PAR LES JETONS.

Dans une lecture à la Société royale des Sciences d'Édimbourg, sur la *Topologie* de Listing, l'éminent professeur M. Tait s'est occupé incidemment d'un problème amusant que l'on peut réaliser avec des jetons de deux couleurs et, par exemple, avec les pions d'un jeu de dames. « Il y a quelques semaines, dit-il, j'ai vu proposer, pendant un voyage en chemin de fer, le problème suivant : on place sur une ligne quatre souverains et quatre shillings dans un ordre alterné; on demande de former une ligne continue de quatre souverains suivis des quatre shillings, après quatre mou-

vements de deux pièces contiguës, sans changer la position relative de ces pièces [1]. »

M. Tait a donné la solution suivante qu'il suffit d'indiquer par un Tableau (*fig.* 52), dans lequel les points représentent deux cases vides.

Si, à l'origine, on suppose les pièces disposées en cercle, avec deux cases vides, la loi du procédé est évidente, puisqu'il suffit

Fig. 52.

Coups	•	•	○	●	○	●	○	●	○	●
1	●	○	○	●	○	●	○	•	•	●
2	●	○	○	●	•	•	○	○	●	●
3	●	•	•	●	○	○	○	○	●	●
4	●	●	●	●	○	○	○	○	•	•

de déplacer à chaque coup les deux jetons qui précèdent les cases vides de deux et de trois rangs.

Ce curieux problème, assez difficile, peut être généralisé et appliqué à un nombre quelconque de pions noirs et à un nombre égal de pions blancs, en ajoutant cette condition que le nombre des coups ou des couples déplacés doit toujours être égal au nombre des jetons d'une même couleur. Le lecteur se rendra compte de la difficulté en cherchant le problème pour dix, douze pions ou pour un plus grand nombre, avant d'avoir consulté l'élégante solution

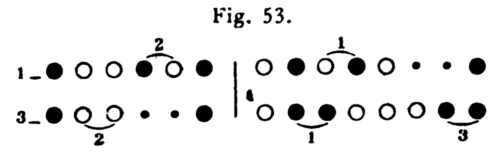
(1) *Introductory address to the Edinburg mathematical Society*; 9 novembre 1885. — *Philosophical magazine*, janvier 1884.

que nous allons exposer, et qui a été imaginée par M. Delannoy, ancien élève de l'École Polytechnique, intendant militaire à Orléans.

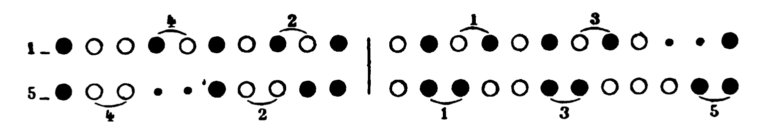
Nous supposerons les pions alignés dans l'ordre noir, blanc, noir, etc., et précédés de deux cases vides; nous distinguerons quatre cas, A, B, C, D, qui correspondent à quatre solutions différentes. Dans les deux premiers cas, A et B, le nombre des jetons de la même couleur est pair; dans les deux derniers cas, C et D, le nombre des jetons de la même couleur est impair.

Premier et deuxième cas. *Le nombre des jetons de même*

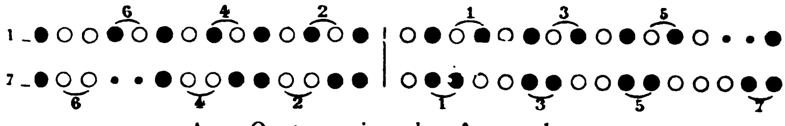
Fig. 53.



A. — Six pions de même couleur.



A. — Dix pions de même couleur.



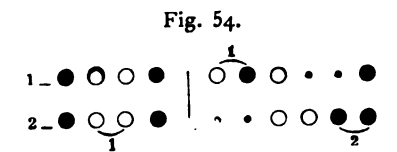
A. — Quatorze pions de même couleur.

couleur est un nombre pair. — La solution comprend deux phases distinctes d'un nombre égal de coups; dans la première

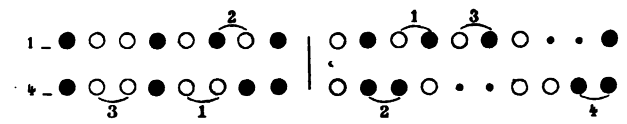
phase, on transporte des couples de jetons de deux couleurs, et, dans la seconde phase, on déplace des couples de jetons de même couleur.

On commence par jouer un premier coup en plaçant sur les

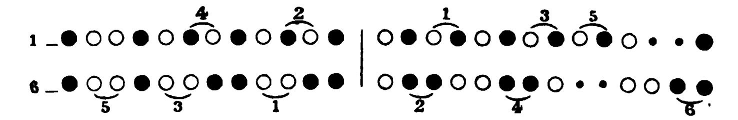
Fig. 54.



B. — Quatre pions de même couleur.



B. — Huit pions de même couleur.



B. — Douze pions de même couleur.

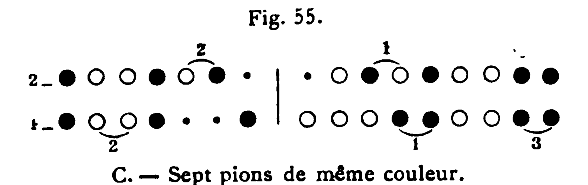
deux cases vides du commencement l'avant-dernier pion et celui qui le précède, et l'on sépare par un trait la première moitié des pions. La position occupée par ce premier coup est figurée sur la première ligne pour les cas A et B (*fig.* 53 et 54). Puis, dans la première phase, on déplace successivement dans l'ordre numérique les couples alternés désignés par les chiffres supérieurs 1, 2, 3, ...

Quand cette première phase est terminée, on obtient la seconde ligne, et le chiffre qui la précède indique le nombre de coups qui

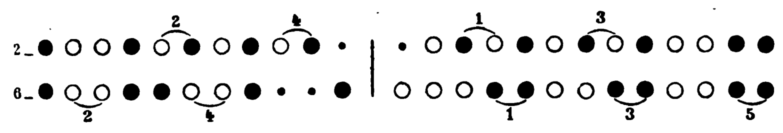
ont été joués; on déplace ensuite les couples de même couleur de cette ligne qui sont désignés par les chiffres inférieurs, et le problème est résolu. Le procédé s'applique en augmentant de quatre le nombre des jetons de la même couleur, mais en faisant bien attention au numérotage des couples.

Troisième et quatrième cas. *Le nombre des jetons de même*

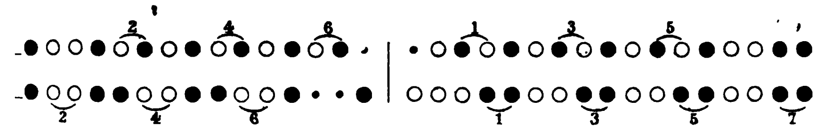
Fig. 55.



C. — Sept pions de même couleur.



C. — Onze pions de même couleur.



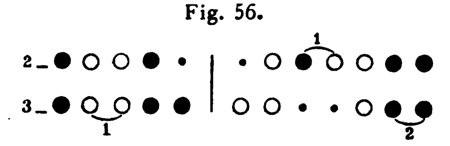
C. — Quinze pions de même couleur.

couleur est un nombre impair. — On commence par jouer le premier coup comme dans les deux cas précédents; la solution comprend ensuite deux phases d'un nombre égal de coups; on sépare par un trait la première moitié des pions et l'on transporte le couple alterné situé de part et d'autre de la ligne médiane. Nous

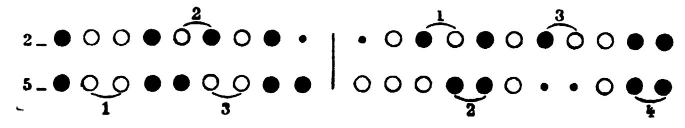
avons figuré pour les cas C et D (*fig.* 55 et 56) la position des jetons après ce deuxième coup, par la ligne supérieure 2. Puis, dans la première phase, on déplace successivement dans l'ordre numérique les couples alternés désignés par les chiffres supérieurs 1, 2, 3, ...

Quand cette première phase est terminée, on obtient la seconde

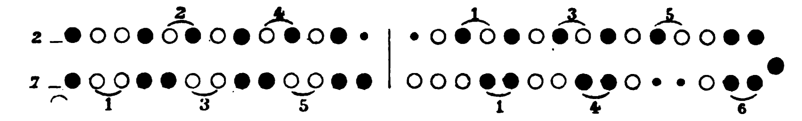
Fig. 56.



D. — Cinq pions de même couleur.



D. — Neuf pions de même couleur.



D. — Treize pions de même couleur.

ligne de la figure, et le chiffre qui la précède indique encore le nombre de coups qui ont été joués. Dans la seconde phase, on transporte les couples de même couleur de cette seconde ligne, qui sont désignés par les chiffres inférieurs.

Le procédé est général et s'applique, dans chaque cas, en augmentant de 4, 8, 12, 16, ... pions; mais il est important, pour ne pas se tromper, de bien faire attention au numérotage des couples de la première ligne.

Remarque I. — En procédant dans l'ordre inverse, on remplace l'ordre final par l'ordre alterné initial.

Remarque II. — On peut varier les problèmes précédents en imposant cette nouvelle condition de renverser à chaque coup l'ordre des deux pions du couple déplacé.

Mais alors il faut un coup de plus si l'on ne veut pas laisser de vide entre les pions blancs et les pions noirs de la position finale.



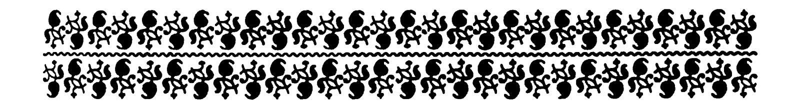
SEPTIÈME RÉCRÉATION.

—

L'ÉTOILE NATIONALE
ET LES JEUX DE ROUGE ET NOIRE.

« Il en est des lois comme des sciences : ce n'est pas par le nombre des principes particuliers, c'est par la fécondité et l'application des principes généraux qu'on leur donne de l'étendue et de la force. »

(D'ALEMBERT.)



SEPTIÈME RÉCRÉATION.

—

L'ÉTOILE NATIONALE ET LES JEUX DE ROUGE ET NOIRE.

L'ÉTOILE NATIONALE.

Ce jeu a été inventé récemment par M. Arnous de Rivière, le plus célèbre de nos joueurs d'échecs, qui a adopté, pour ses articles de journaux, le pseudonyme de *Martin Gall.*

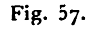
Description du jeu.

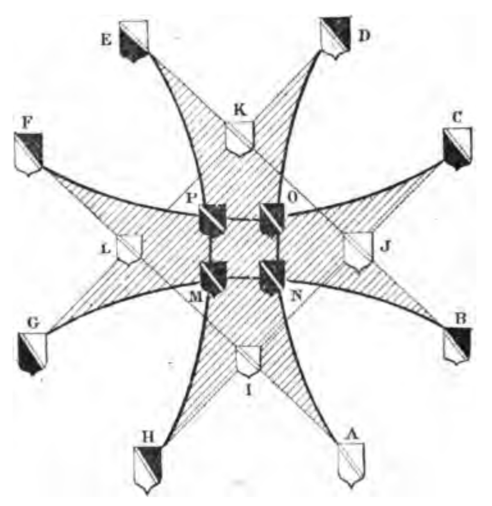
Le jeu de *l'Étoile nationale,* devenu si vite populaire, se compose d'un carton sur lequel est dessinée une étoile (*fig.* 57). Il y a seize stations reliées entre elles par quatre lignes droites de couleur rouge et par quatre lignes courbes de couleur bleue, sur lesquelles évoluent des jetons teintés bleu, blanc, rouge, qui sont les couleurs nationales.

Il y a quatre jetons bleus, quatre blancs et huit rouges.

Les jetons ne peuvent passer d'une case à la case vide voisine

qu'en suivant la ligne droite ou la ligne courbe qui unit ces deux


Fig. 57.



cases; ils ne peuvent jamais se mouvoir sur une ligne brisée.

Ce jeu peut être utilisé soit comme *Taquin* (jeu des permutations), soit comme *Marelle* (les batailles de l'étoile).



LE JEU DES PERMUTATIONS

ou les Patiences de l'Étoile.

On commence par disséminer les jetons au hasard, ou bien on les place de façon à rendre la solution plus ou moins difficile; puis on enlève un des jetons, afin d'établir un vide nécessaire aux permutations.

La *Patience* consiste à faire évoluer les jetons de manière à avoir, avec un nombre minimum de coups, telle disposition qu'il plaît au chercheur d'obtenir.

Les problèmes sont des plus variés. Les uns sont très faciles, d'autres un peu plus résistants; d'autres enfin sont réellement difficiles. Ces derniers sont ceux où il s'agit d'amener sur leurs cases respectives les quinze jetons, préalablement marqués chacun d'une lettre de l'étoile.

La solution est toujours possible, contrairement à ce qui arrive pour le *Taquin* et les jeux similaires, où la moitié des solutions est rendue impossible par la position initiale, ce qui décourage le chercheur.

Donnons quelques exemples :

PROBLÈME I. — Les *bleus* en : M, A, K, I;
Les *blancs* en : N, O, E, L;
Les *rouges* en : P, D, C, J, H, G, F;

la case B est vide.

On demande de ramener, en un nombre minimum de coups, les quatre jetons bleus au centre, les quatre blancs aux angles du grand carré IJKL et les sept rouges aux extrémités des rayons, la case B restant vide.

La solution est possible en 21 coups par :

NAIJ — CODK — JCOD — KEPO — NAIJ — B.

La notation NAIJ des quatre premiers coups signifie qu'on amène d'abord sur la case vide le jeton qui était en N, puis sur la case N celui qui était en A, et ainsi de suite.

PROBLÈME II. — Position initiale :

Les *rouges* à la pointe des rayons, sauf A;
Les *bleus* en I, J, K, L;
Les *blancs* en M, N, O, P.

Faire une marque sur le jeton blanc qui occupe la case K. Ce jeton devra parcourir les routes de manière à rencontrer, dans l'ordre des lettres du mot CACOPHONIE, les stations correspondantes de l'étoile.

Finalement les jetons seront placés comme au départ, avec cette différence que E sera vide.

La solution peut s'obtenir en un minimum de 79 coups :

IJKDOCJ	C	7
CONAIJBNAI	A	10
ANBJIANOCJ	C	10
KDOC	O	4
JKEPO	P	5
NMPONAIHM	H	9
HIANMPON	O	8
O	N	1
CJIANOCJIA	I	10
NODKJILKJCOPEK	E	14
E		1
		79

LES BATAILLES DE L'ÉTOILE.

On peut jouer à deux, à trois ou à quatre.

I. — Quand on joue à deux, chaque joueur prend quatre :tons : l'un, par exemple, les ***bleus,*** et l'autre les ***blancs.***

Celui qui a le trait pose un jeton sur une case à son choix; le :cond fait de même. Les deux joueurs continuent ainsi à placer :urs trois autres jetons, en ayant soin de contrecarrer les dispotions du joueur adverse et de se ménager des chances multiples. .e début a une grande importance; les coups sont souvent ›rcés, si l'on veut éviter une perte immédiate.

Les huit pions étant posés, le trait reste alternatif; les déplaceıents se font de la manière indiquée précédemment, c'est-à-dire ı allant d'une case à la voisine, suivant la ligne droite ou courbe ui unit ces deux cases.

La partie est gagnée par le joueur qui a le premier amené ses ions dans l'une des positions suivantes :

1° *La ligne droite* (il y en a quatre) :

AILF — BJKE — CJIH — DKLG;

2° *La ligne courbe* (il y en a aussi quatre) :

ANOD — BNMG — COPF — EPMH;

3° *Le carré* (il y en a six) :

ABJI — CDKJ — EFLK — GHIL — IJKL — MNOP;

4° *Le trapèze* (il y en a quatre) :

ANMH — BNOC — DOPE — FPMG;

Dans ces quatre combinaisons, les stations sont contiguës.

5° *L'arc de cercle* (huit cas possibles) :

ABCD — BCDE — CDEF — DEFG,
EFGH — FGHA — GHAB — HABC;

6° *Le rectangle* (quatre cas possibles) :

ABEF — BCFG — DEHA — CDGH;

7° *Le triangle* (quatre cas possibles) :

AJDL — BIGK — CKFI — ELHJ;

8° *Les quatre coins* (deux cas possibles) :

ACEG — BDFH.

Dans ces quatre combinaisons, les stations n'ont plus la contiguïté.

Par conséquent, le joueur peut gagner de 36 manières différentes, et c'est là une suffisante latitude pour que la partie soit extrêmement variée. En effet, le calcul démontre que la position initiale, celle qui résulte simplement de la pose des pions avant toute évolution, comprend plus d'un million de variantes!

Prenons pour exemple une des parties publiées par l'*Écho de Paris :*

	Bleus.	*Blancs.*
1........	B	C
2........	E	J
3........	A	F
4........	O	I
5........	de E en K	de F en P
6........	de B en N	de P en M
7........	de K en D	

Les *bleus* gagnent par la courbe ANOD.

II. — Quand on joue à trois, chaque joueur prend trois jetons seulement.

Les figures gagnantes sont :

1. La Triade...... AIH — BJC — etc.
2. L'Ogive........ ANB — COD — etc.
3. L'Aiguille...... AIN — IHM — etc.
4. Ligne rouge.... AIL — IJC — etc.
5. Ligne bleue..... ANO — COP.
6. Triangle .... GKB — JEH — DLA.
7. Les Mages...... AJD — GIB.
8. L'Arc.......... ABC.

A cette partie, les joueurs ont droit de conseil. L'un des trois venant de jouer, les deux suivants discutent ce qu'il y a à opposer, et le coup démontré juste est obligatoire.

Les fautes sont si faciles à commettre que, même après consultation, il se trouve que le coup décidé est mauvais et qu'un des trois joueurs gagne forcément. De là des discussions souvent divertissantes.

Nous donnerons, pour la partie à trois, l'exemple suivant :

	Bleus.	*Blancs.*	*Rouges.*
1....	G	M	L
2....	H	A	F
3....	I	P	E
4....	de I en J	de M en N	de L en K
5....	de G en M	de P en O	

Les *blancs* gagnent par la ligne bleue ANO.

Les *rouges* préparaient l'arc GFE.

Les *bleus* voulaient aller de J en I pour faire l'aiguille.

III. — Quand on joue à quatre, chaque joueur prend deux pions. Le joueur qui a le trait a pour partenaire le troisième; les deux autres sont associés.

Le conseil est permis.

Les figures gagnantes sont les mêmes que pour la partie à deux.



LES JEUX DE ROUGE ET NOIRE.



Martin Gall, l'auteur du *Traite de la Roulette et du Trente et quarante*, a imaginé un nouvel instrument de jeu, qui se prête aux combinaisons les plus variées [1].

[1] Le savant Auteur des *Récréations mathématiques* avait apprécié avec bienveillance ce jeu de *Rouge et Noire* et avait écrit à son sujet, à M. Arnous de Rivière, une lettre d'encouragement qu'il a précieusement conservée. Nous croyons devoir la reproduire ici, car elle montre une fois de plus l'importance que cet éminent esprit attachait à tout ce qui peut « vulgariser les doctrines de l'Arithmétique et de la Théorie des Nombres ». C'est avec un souvenir ému qu'on lira, à la fin de la lettre de Éd. Lucas, son intention

Description des cartons.

Le jeu de *Rouge et Noire* se compose de 37 cartons portant chacun un numéro de la série naturelle des nombres.

Il y a d'abord un *Méphisto*, numéroté 0 ou 37 suivant le cas, puis quatre figures géométriques : la *ligne* 1, le *cercle* 2, le *triangle* 3, le *carré* 4, et enfin 32 cartons numérotés de 5 à 36 représentant toutes les combinaisons qu'on peut former avec cinq boules, rouges ou noires [1] (*fig.* 58).

de consacrer à ces doctrines qui lui étaient chères le reste d'une vie si brusquement interrompue. D.

« Paris, le 10 septembre 1890.

» CHER MONSIEUR,

» J'ai reçu avec beaucoup de plaisir l'exemplaire de votre nouveau jeu *Rouge et Noire*. Je pensais connaître toutes les combinaisons des jeux de cette sorte, mais je m'aperçois qu'il y a beaucoup à apprendre et encore plus à inventer.

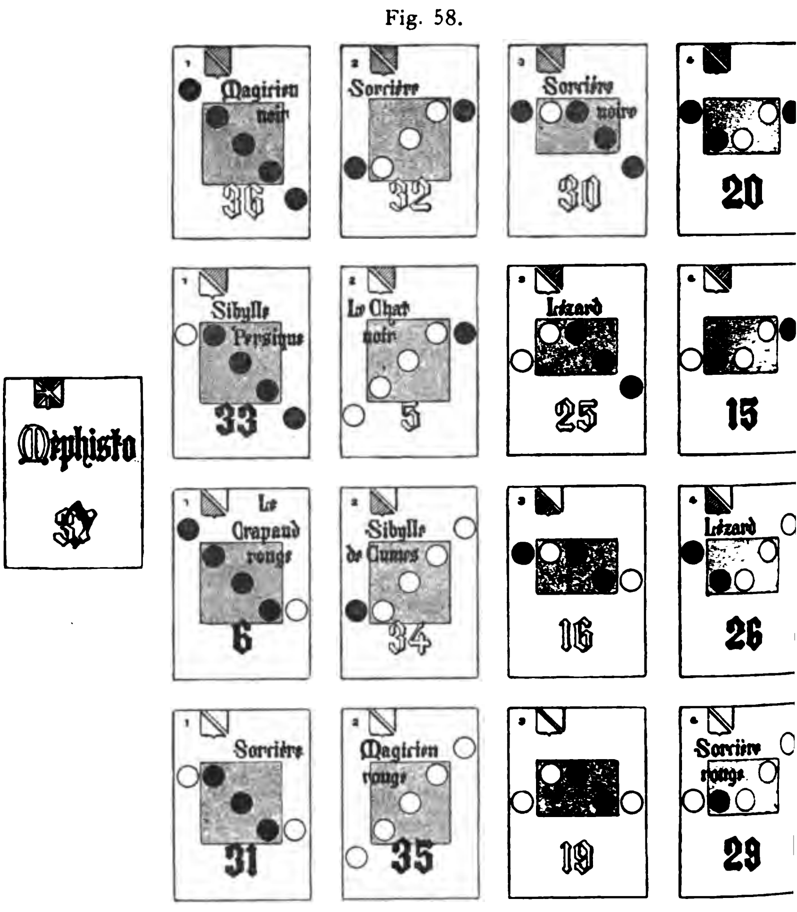
» Votre nouveau jeu est très ingénieux, et fort original au point de vue de l'aspect, des combinaisons, des chances et de tout ce qui constitue le hasard. Je serais très heureux de le voir propager, et dans beaucoup de mains, sinon dans toutes, car répandre dans le public des choses aussi intéressantes, c'est vulgariser les doctrines de l'Arithmétique et de la Théorie des Nombres, auxquelles j'ai consacré la première partie de ma vie, en attendant d'y consacrer le reste.

» Merci et bien à vous. » ÉDOUARD LUCAS,

» Professeur de Mathématiques spéciales. »

5	boules rouges		....	1	combinaison.
4	»	1	noire.......	5	»
3	»	2	»	10	»
2	»	3	»	10	»
1	»	4	»	5	»
		5	»	1	»
				32	

Fig. 58.

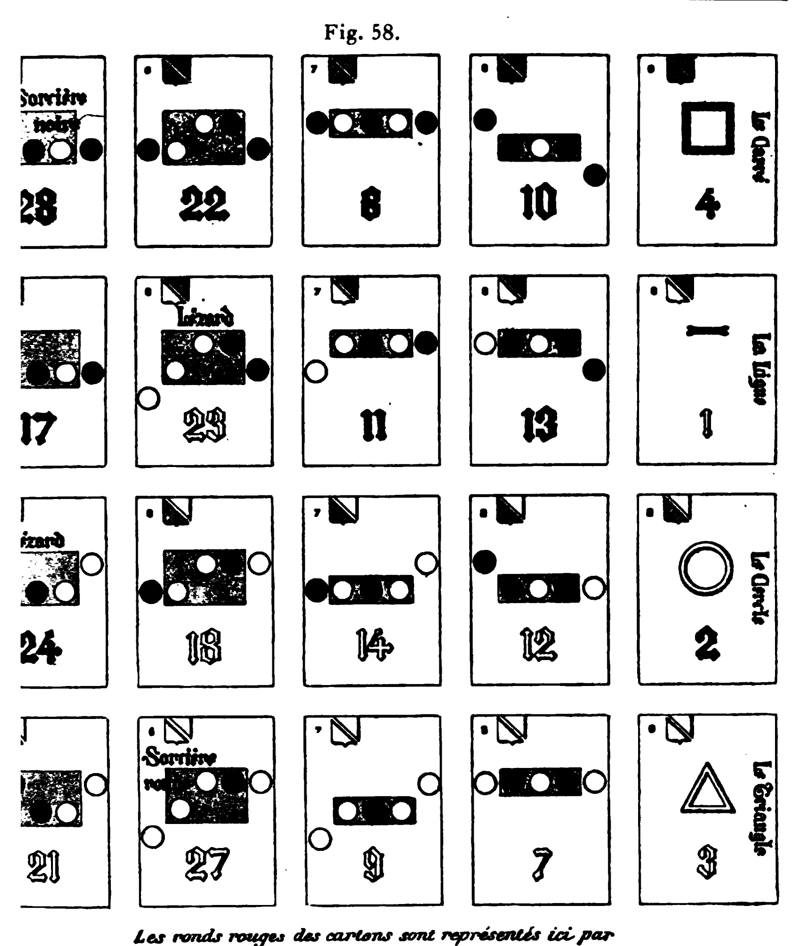


Les chiffres rouges des cartons sont représentés ici avec des traits doubles............ 25

Parmi ces 32 cartons, il y en a :

8 commençant et finissant par une boule rouge; c'est la famille RR (rouge, rouge);

Fig. 58.



*Les ronds rouges des cartons sont représentés ici par des ronds blancs:......*O

8 commençant par rouge et finissant par noire, famille RN;
8 commençant par noire et finissant par noire, famille NN;
8 commençant par noire et finissant par rouge, famille NR.

Un écusson, placé à l'angle supérieur gauche du carton, indique la famille, et un petit numéro, inscrit à côté de l'écusson, donne la valeur de chaque carte dans cette famille. Un écusson a été attribué à chacune des figures géométriques, qui représentent les as de ce nouveau jeu de cartes.

Quand deux ou plusieurs boules de même couleur se suivent immédiatement, elles sont placées sur des parallèles aux diagonales (parallèles à la première diagonale pour les boules noires, parallèles à la deuxième diagonale pour les boules rouges). Au contraire, deux boules successives, de couleur différente, sont toujours placées sur la même ligne horizontale.

A chaque carte d'une famille en correspond une, de même valeur, dans chacune des trois autres familles; c'est la carte qui porte le même petit numéro près de l'écusson.

On peut encore prendre comme cartes de même valeur dans chaque famille celles dont les trois boules centrales forment une permutation identique.

On voit qu'il est facile de jouer, avec ces 32 cartons de *Rouge et Noire,* tous les jeux de cartes ordinaires; mais à quoi bon? Les cartes sont bien telles qu'elles sont; *Rouge et Noire* doit servir à autre chose qu'à jouer le *Piquet* ou l'*Écarté.*

Ainsi l'a compris Martin Gall, nous ne pouvons que l'en féliciter.

Les cartons de *Rouge et Noire* peuvent se grouper de beaucoup d'autres manières et se prêtent ainsi à la composition des jeux les plus divers.

Les Trois ordres.

I. — Ainsi, on peut les grouper d'après le nombre des lignes horizontales occupées par les boules. Le Méphisto mis à part, le paquet de *Rouge et Noire* est divisible en trois séries égales quant au nombre des cartons; les cartons 11 à 22 ont leurs boules sur deux lignes seulement, ce sont les basses cartes;

Les cartons 13 à 32, le 9 et le 10 ont leurs boules placées sur trois lignes, ce sont les cartons intermédiaires;

Les autres cartons 33 à 36 et 1 à 8 sont les Magnats.

Cette division est favorable à des jeux de combinaisons dénommés *les Trois ordres.*

II. — On peut encore grouper les cartons d'après le nombre de leurs boules ou rouges ou noires :

20	cartons à	3	boules de même	couleur,
10	»	4	»	»
2	»	5	»	»

Sous cet aspect, *Rouge et Noire* est l'instrument de jeux de hasard, dont le type est le *Figaro.*

Le Figaro.

Le banquier prend un sizain ou deux, il donne une carte à chaque joueur, qui a fait son enjeu au préalable, puis il tire une carte pour lui-même. Si le ponte n'est pas content de sa carte, il demande à l'échanger, et le banquier est tenu de fournir à moins

qu'il ait en mains un abatage par Méphisto ou l'un des numéros 36, 35.

La carte de remplacement est, bien entendu, donnée à couvert. Le banquier peut s'y tenir ou tirer. A égalité de point, le coup est nul, excepté pour les trois cartons ci-dessus et pour les quatre as, qui font gagner le banquier.

Les cartons à trois boules sont les moins bons. Le numérotage de la série générale sert à déterminer leur valeur; les numéros les plus forts sont les meilleurs.

Puis viennent dans l'ordre suivant :

L'as 1;
Les cartons à quatre boules, d'après l'ordre de leurs numéros;
L'as 2;
L'as 3;
L'as 4;
Les cartons à cinq boules : 35, 36;
Le Méphisto.

Le ponte a intérêt à écarter s'il a l'un quelconque des cartons à trois boules, ou l'as 1 : le banquier doit écarter s'il a l'un des cartons à quatre boules 5, 6, 9, 10, dans le cas où le ponte s'y est tenu.

Si le ponte a écarté, le banquier doit écarter aussi s'il a un carton à trois boules inférieur à 32.

Le refait procure un avantage de 2 pour 100 environ.

Ce jeu se joue d'ordinaire avec deux tableaux.

III. — Enfin on peut faire abstraction des boules et ne s'occuper que du numéro affecté à chaque carte. Considéré à ce nou-

veau point de vue, *Rouge et Noire* a un avantage considérable sur les cartes usuelles, dont les arrangements sont limités à une série de huit nombres répétés quatre fois. La suite des 37 nombres consécutifs, embrassant tout le paquet, constitue une chaîne, dont la souplesse aide à former les nœuds les plus simples ou les plus compliqués.

Les types des jeux où les boules ne jouent aucun rôle sont : le *Bac-diff* (sorte de baccara), le *Sabbat* (nouvelle roulette), le *Turf.*

Le Bac-diff.

Comme au baccara, le banquier donne deux cartes à chaque tableau et en prend deux pour lui-même. Il importe d'employer dix à douze paquets complets et, après le mélange et la coupe, de retirer un fort talon, comprenant approximativement un quart du lot entier.

Le point est formé par la différence des numéros des deux cartes données, Méphisto comptant toujours pour zéro. Le point le plus fort gagne. A égalité de point, le banquier, suivant la convention, gagne moitié de la mise (avantage de 2 pour 100 environ), ou la totalité de la mise (avantage de 4 pour 100).

Avec un point égal ou supérieur à 25, on abat. S'il n'y a pas d'abatage, le ponte et ensuite le banquier peuvent écarter une seule fois, ce qui se fait en jetant l'une des deux cartes sans la montrer et en recevant, à découvert, une carte de remplacement. Lorsqu'on croit devoir écarter, le plus avantageux est de jeter celle des deux cartes dont le numéro est le plus rapproché de 18.

Le banquier règle sa conduite sur le vu de la carte de remplacement; il doit aussi prendre en considération le chargement de

qu'il ait en mains un abatage par Méphisto ou l'un des numéros 36, 35.

La carte de remplacement est, bien entendu, donnée à couvert. Le banquier peut s'y tenir ou tirer. A égalité de point, le coup est nul, excepté pour les trois cartons ci-dessus et pour les quatre as, qui font gagner le banquier.

Les cartons à trois boules sont les moins bons. Le numérotage de la série générale sert à déterminer leur valeur; les numéros les plus forts sont les meilleurs.

Puis viennent dans l'ordre suivant :

L'as 1;
Les cartons à quatre boules, d'après l'ordre de leurs numéros;
L'as 2;
L'as 3;
L'as 4;
Les cartons à cinq boules : 35, 36;
Le Méphisto.

Le ponte a intérêt à écarter s'il a l'un quelconque des cartons à trois boules, ou l'as 1 : le banquier doit écarter s'il a l'un des cartons à quatre boules 5, 6, 9, 10, dans le cas où le ponte s'y est tenu.

Si le ponte a écarté, le banquier doit écarter aussi s'il a un carton à trois boules inférieur à 32.

Le refait procure un avantage de 2 pour 100 environ.

Ce jeu se joue d'ordinaire avec deux tableaux.

III. — Enfin on peut faire abstraction des boules et ne s'occuper que du numéro affecté à chaque carte. Considéré à ce nou-

au point de vue, ***Rouge et Noire*** a un avantage considérable sur
s cartes usuelles, dont les arrangements sont limités à une série
huit nombres répétés quatre fois. La suite des [illegible] nombres
nsécutifs, embrassant tout le paquet, constitue une chaîne,
nt la souplesse aide à former les nœuds les plus simples ou les
ıs compliqués.

Les types des jeux où les boules ne jouent aucun rôle sont :
Bac-diff (sorte de baccara), le ***Sabbat*** (nouvelle roulette), le
ırf.

Le Bac-diff.

Comme au baccara, le banquier donne deux cartes à chaque
ıleau et en prend deux pour lui-même. Il importe d'employer
: à douze paquets complets et, après le mélange et la coupe, de
irer un fort talon, comprenant approximativement un quart d[illegible]
entier.

Le point est formé par la différence des numéros des deux
tes données, Méphisto comptant toujours pour zéro. Le point
plus fort gagne. A égalité de point, le banquier, suivant la
ıvention, gagne moitié de la mise (avantage de 2 pour 100
'iron), ou la totalité de la mise (avantage de 4 pour 100).

Avec un point égal ou supérieur à [illegible], on abat. S'il n'y a pas
batage, le ponte et ensuite le banquier peuvent écarter une
le fois, ce qui se fait en jetant l'une des deux cartes sans la
ntrer et en recevant, à découvert, une carte de remplacement.
rsqu'on croit devoir écarter, le plus avantageux est de [illegible]
le des deux cartes dont le numéro est le plus rapproché de [illegible].
Le banquier règle sa conduite sur le vu de la carte de rempla-
nent; il doit aussi prendre en considération le [illegible] de

l'un ou l'autre tableau, mais surtout la force de son point et les éléments qui forment ce point. Cette appréciation devant se faire très rapidement, le banquier a besoin de beaucoup de sang-froid, et il n'évite des fautes lourdes qu'à la condition de connaître parfaitement les chances variables de l'écart. Ainsi, dans certains cas, avec le point 20, le banquier peut avoir intérêt à écarter, tandis que, dans d'autres, il devra s'y tenir avec 6. Cela résulte des Tableaux établis par M. le colonel Moreau (voir la *Note* à la fin du volume).

Le *Bac-diff* est un jeu où le hasard a certainement une grande influence sur le gain et la perte; mais la finesse de l'écart en fait un jeu où le bien jouer est d'une extrême importance.

M. Dormoy, dont le traité sur le baccara fait autorité, a formulé son opinion en ces termes : « Le Bac-diff est beaucoup plus intéressant que le Baccara actuel. »

Le Sabbat.

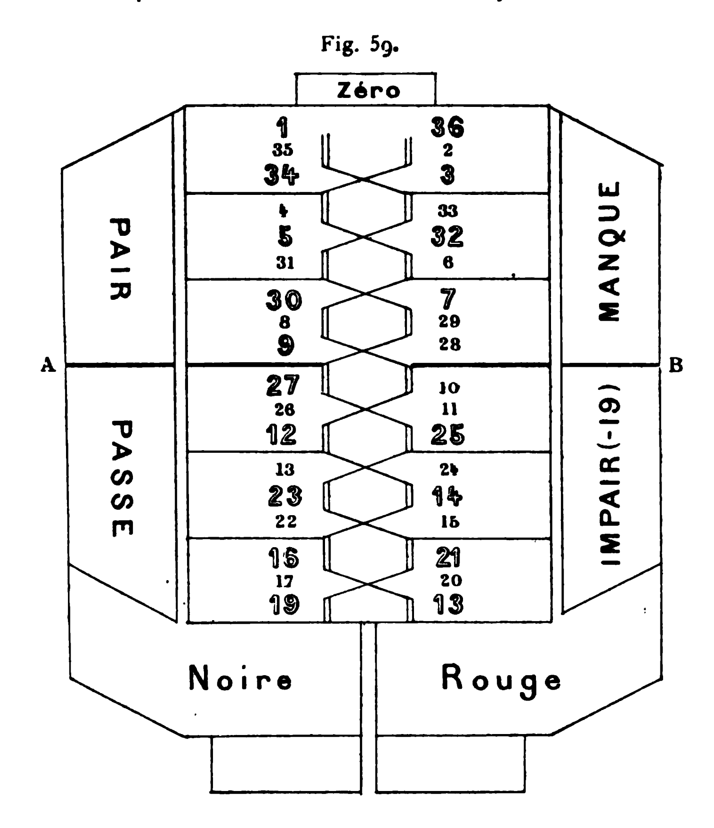
C'est la nouvelle Roulette (*fig.* 59). Martin Gall l'a dénommé ainsi parce qu'on peut y jouer un jeu d'enfer. En effet, les chances sur les numéros sont payées au prorata de la fréquence de sortie; le ponte qui mise sur le numéro 36 reçoit 600 fois sa mise, en cas de sortie de ce numéro.

Le banquier tire deux cartons, la différence de leurs numéros constitue le point gagnant. Si les deux numéros sortis sont égaux, la différence est nulle; c'est le *zéro* du Sabbat arrivant tout juste dans le même rapport que le zéro de la Roulette ordinaire, à savoir 27 fois sur 1000 à très peu près.

En outre des chances ordinaires de la Roulette : Rouge-Noire, Passe-Manque, Pair-Impair, il y a une quatrième chance simple

ı peut jouer à égalité une des colonnes contre l'autre. Celle de ıuche a 334 chances et celle de droite 332; c'est sans inconvé-

Fig. 59.



ıient pratique. La même différence de deux unités existe au pro-
it de Rouge contre Noire. En mettant à cheval sur Noire et pre-
nière colonne, on revient à l'équilibre parfait.

Il y a égalité absolue de chance entre Passe et Manque. Passe comprend tous les numéros placés au-dessous de la ligne mé-

diane AB et Manque s'applique à tous les numéros situés au-dessus de cette ligne,

Les numéros impairs ont 18 chances de plus que les pairs. En effet, les numéros impairs ont pour chances de sortie

$$36 + 34 + 32 + \ldots + 6 + 4 + 2 = 342,$$

et les numéros pairs

$$35 + 33 + 31 + \ldots + 5 + 3 + 1 = 324$$

Différence 18

Il résulte de là que les chances Pair et Impair ne doivent pas être payées à égalité. On compense exactement ce défaut d'équivalence en regardant comme coup nul la sortie du numéro 19,

Les chances multiples sont : la Douzaine, le Sizain, la Transversale, les Accolés et les numéros pleins.

La Douzaine	rapporte	2	fois	la mise.
Le Sizain	»	5	»	»
La Transversale	»	17	»	»
L'enjeu sur deux numéros pairs accolés rapporte		$17\frac{1}{2}$	fois	la mise.
L'enjeu sur deux numéros impairs accolés rapporte		$16\frac{1}{2}$	»	»

Conséquemment, l'enjeu mis à cheval sur deux transversales est payé 8 fois, et celui qui est placé à cheval sur quatre transversales est payé $3\frac{1}{2}$ pour un.

Les numéros pleins sont payés d'après leur chance de sortie, comme l'indique le Tableau ci-après :

[illegible]

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
34	[illegible]	[illegible]	[illegible]
33	[illegible]	[illegible]	[illegible]
32	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
30	[illegible]	[illegible]	[illegible]
29	[illegible]	[illegible]	24.5
28	[illegible]	[illegible]	[illegible]
27	[illegible]	[illegible]	22.5
26	[illegible]	[illegible]	22
25	54	[illegible]	21
24	50	[illegible]	20.5
23	45	5	19.5
22	42	4	19
21	40	3	18.5
20	38	2	18
19	36	1	17.5

Tous ces paiements correspondent approximativement à l'es-:rance mathématique, amoindrie par l'impôt progressif que le ınquier est en droit d'établir, pour se couvrir des risques ıormes que lui fait courir la sortie des gros points.

Les joueurs qui misent sur le zéro reçoivent, quand il sort, › fois leur mise, comme à la Roulette.

Le banquier peut déclarer, avant de commencer la taille, qu'il : tient pas les paris sur les chances produisant plus de 35 fois la ise. Le jeu est alors beaucoup moins meurtrier; mais, si la

Méphisto ne compte que dans trois cas :

1° Pour former o. o;

2° Pour former o. 1;

3° Pour le point de 73 et alors il vaut 37.

Zone inférieure des paris à proportion.

Au centre la mise est payée par le banquier au tiers; le ponte a pour lui les points de 19 à 36 et de 38 à 55. Dans les secteurs à droite ou à gauche la mise est payée 8 pour 5.

Dans un de ces secteurs les numéros pairs sont payés à raison de 25 pour 6 et les numéros impairs à raison de 13 pour 3.

Zone supérieure des paris à proportion.

Au centre trois fois la mise.

— Dans un de ces secteurs (droite ou gauche), 7.

— Dans un de ces deux secteurs, les numéros pairs, 14.

— Dans un de ces deux secteurs, les numéros impairs, 15.

Puis viennent les Outsiders qui sont payés de 24 à 1000 fois la mise.

Le banquier a un avantage; quand le point est 37, il enferme les enjeux et ne paye pas les gagnants au coup suivant, bien qu'il touche les perdants. De plus, quand le point est zéro, il récolte tout l'argent misé sur le Turf, mais ce cas ne se présente pas plus d'une fois sur 1369 tirages.

Les paris à forte proportion ne reçoivent pas toute la contrepartie des risques courus, cependant le banquier peut refuser les aléas supérieurs au paiement de 36 fois la mise.

Le point se forme par l'addition de deux numéros. Celui qui taille prend dans un sizain assez de cartons pour cinquante tirages, après quoi les cartons sont mélangés de nouveau; de cette façon les probabilités diffèrent insensiblement de celles qu'on obtiendrait avec des cartons en nombre infini.

Ce jeu, plus varié que la *Roulette* et d'un mécanisme plus parfait, l'emporte en équité sur le jeu des *Petits chevaux,* si ruineux pour les parieurs. En effet, la ferme des Petits chevaux *ne paye au gagnant que six au lieu de sept*. Au bout de huit coups, l'opération doit amener en moyenne le résultat suivant :

Le ponte gagne une fois et reçoit 6 francs pour 1 franc.

Il perd sept fois et perd 7 francs pour 1 franc qu'il a misé.

C'est une perte de 1 franc tous les huit coups, soit 12,5 pour 100.

L'argent qu'on risque sur les hippodromes est tout aussi mal engagé, qu'il s'agisse du Pari Mutuel ou du Pari à la Cote. Il n'y a que les bookmakers qui gagnent, le public perd tout le temps, et ceux qui ont des tuyaux perdent plus que les autres.

Les Dominos.

IV. — On peut encore grouper les cartons d'après la nature des deux boules qui sont à la droite ou à la gauche. Si ces deux boules successives sont de même couleur, on dit qu'il y a *série;* si elles sont de couleurs différentes, elles forment une *intermittence.*

Admettons qu'on juxtapose les cartons en accolant une série à une série de même couleur ou une intermittence à une autre de

même couleur; par exemple, on mettra à la droite d'un carton finissant par une série rouge un carton commençant par une série de même couleur, ou bien à la gauche d'un carton commençant par une intermittence RN un carton finissant par une intermittence de même couleur.

Les cartons de *Rouge et Noire* peuvent alors remplacer les dés d'un jeu de Dominos. L'auteur donne à ce jeu spécial le nom de *Bout-ci Bout-là.*

Au jeu de dominos, si la pose est un double, il y a six aboutissants; si elle est un dé simple, il y en a douze, tandis qu'au jeu de *Bout-ci Bout-là*, si le carton de pose ne comprend qu'une série pure ou une intermittence pure, il y a 13 correspondances, et si le carton de pose comprend des séries et des intermittences, il y a 16 aboutissants.

Certains joueurs, habitués à remuer les dés de dominos, ne les échangeraient pas volontiers contre des cartons. Aussi Martin Gall, pour donner satisfaction à cette habitude, a-t-il fait graver sur des dominos les 32 dessins à boules qui figurent sur les cartons de *Rouge et Noire*.

La seule différence est que la boule centrale se trouve remplacée par la barre de séparation qui est de même couleur que la boule supprimée (ainsi que la pointure indiquant la force du dé). Les dominos noirs valent : 1, 2, 3, 4, 5, et les rouges trois fois plus, c'est-à-dire 3, 6, 9, 12, 15. La valeur moyenne des dominos est donc 6.

Avec ces nouveaux dominos, on peut jouer de plusieurs façons :

1° à une boule, ce qui revient à jouer à rouge ou noire, et ce jeu ne manque pas de finesse et de combinaisons;

2° à deux boules (avec ou sans retournement du dé), c'est-à-dire que le dé à placer à la suite d'un autre doit commencer par les deux mêmes boules qui terminent le précédent;

3° à trois boules (avec ou sans retournement);

4° aux trois-six. La valeur des dés étant 1, 2, 3, 4 ou 5, on joue à former le point de six.

Voilà donc une variété que les Dominos actuels ne possèdent pas et qui doit faire donner la préférence au *Bout-ci Bout-là.*

Le Jeu de Manque et Passe.

V. — Martin Gall applique à beaucoup d'autres jeux les cartons de *Rouge et Noire;* nous mentionnerons seulement encore leur application au jeu de *Manque et Passe,* qui peut se jouer à quatre, avec ou sans partenaire. On élimine le Méphisto et les quatre as. Les nombres de 5 à 20 sont *Manque,* et ceux de 21 à 36 sont *Passe.*

Nous avons ainsi les subdivisions :

	R	N
Manque	5. 7. 9. 19.	6. 8. 10. 20.
	12. 14. 16. 18.	11. 13 15. 17.
Passe	21. 23. 25. 27.	22. 24. 26. 28.
	30. 32. 34. 36.	29. 31. 33. 35.

La colonne de gauche forme un paquet rouge, parce que les numéros des cartons sont imprimés en rouge; et celle de droite, un paquet noir, parce que les cartons portent un numéro noir.

Dans chaque subdivision, le numéro le plus fort prend le plus faible.

Le nombre des subdivisions peut être porté à huit en tenant compte de la valeur Pair et Impair.

Il y a deux systèmes de jeux :

Les types des jeux de cartes, alors on fait des invites, on se défausse, on compte les levées ; le type des jeux de Dominos, où l'on boude. Le camp victorieux compte à son profit les numéros des cartons qui n'ont pas été placés.

Les Martingales.

VI. — Enfin les cartons de *Rouge et Noire* peuvent être utilisés pour étudier les Martingales, à l'aide desquelles certains joueurs croient réussir à jouer à coup sûr aux jeux de hasard, au *Trente et quarante* par exemple. Ils ne feront pas sauter la banque au moyen de ces Martingales, car les coups passés n'ont aucune influence sur les coups à venir. Ils y gagneront du moins le prix des pointages, plus ou moins véridiques, qu'ils achètent à beaux deniers comptants.

Pour ces études de Martingales, les joueurs devront bien mêler les cartons et se servir d'une douzaine de paquets complets, dont ils retrancheront un talon équivalent à peu près au quart de ce double sizain.





NOTE

SUR LE JEU DE ROUGE ET NOIRE.

Nous avons parlé (page 170) des Tableaux établis au sujet du Bac-Diff, par M. le Colonel d'artillerie Ch. Moreau. Ces Tableaux sont si remarquables et si importants pour la pratique du jeu, qu'il nous paraît nécessaire de les publier dans la présente Note. Par quels procédés de calcul arrive-t-on à déterminer d'une façon précise toutes les possibilités, c'est ce qui a été expliqué par le Colonel dans sa correspondance avec l'inventeur; en voici les passages donnant les éclaircissements voulus :

« Le ponte a écarté et a reçu un 6; le banquier ayant 7 doit s'y tenir si sa carte est un 12 et écarter si sa carte est un 11. Il faut d'abord examiner quelle carte peut garder le ponte quand il écarte, et ce travail, fait une fois pour toutes, servira pour tous les cas à étudier. Sur 1369 cas possibles, le ponte abat 156 fois, s'y tient 480 fois et écarte 733 fois, en supposant, bien entendu, qu'il joue d'après la règle. Je ne m'occupe que de ces 733 derniers cas. Le point du ponte pouvait être 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 formés, d'une façon quelconque, et 10, 11, 12, 13, 14, 15, formés seulement de certains numéros.

» *Point* 0. — Une quelconque des 37 cartes a pu être gardée; il y a 37 cas, je mets une unité pour chaque carte.

» *Point* 1. — Toutes les cartes ont pu être gardées à l'exception de 18; il y a 72 cas, je mets 2 pour chaque carte de 0 à 17 et de 19 à 36.

» *Point* 2. — Je mets 2 pour chaque carte de 0 à 16 et de 20 à 36, puis, comme on peut avoir 2 par 17, 19 cartes qui se valent, je mets 1 à 17 et

1 à 19 et ainsi de suite en tenant compte de la règle que le ponte a dû observer s'il avait un point de 10 à 15. En faisant l'addition des chiffres inscrits pour chaque carte, j'obtiens le Tableau I qui forme la base du calcul.

Tableau I donnant le nombre de fois que le ponte, en écartant, a dû conserver chaque carte.

CARTE.	NOMBRE de fois qu'elle a dû être conservée.	CARTE.	NOMBRE de fois qu'elle a dû être conservée.	CARTE.	NOMBRE de fois qu'elle a dû être conservée.
			Rep. 307		Rep. 445
0	31	13	19	25	19
1	29	14	16	26	19
2	27	15	12	27	21
3	27	16	8	28	21
4	25	17	4	29	23
5	23	18	1	30	23
6	23	19	4	31	23
7	23	20	8	32	25
8	21	21	12	33	27
9	21	22	16	34	27
10	19	23	19	35	29
11	19	24	19	36	31
12	19				
A reporter	307	A reporter	445	Total	733

» Maintenant le ponte ayant tiré 6 peut avoir zéro s'il avait gardé 6, soit 23 fois; 1 s'il avait gardé 5 ou 7, soit 23 + 23 = 46 fois, et ainsi de suite.

» Je construis de cette façon le Tableau II, qui est particulier au cas où le ponte a reçu un 6.

Tableau II donnant le nombre de fois que le ponte peut avoir les différents points lorsqu'il a écarté et reçu un 6.

POINT.	NOMBRE de fois que le ponte peut l'avoir.	POINT.	NOMBRE de fois que le ponte peut l'avoir.	POINT.	NOMBRE de fois que le ponte peut l'avoir.
0	23		Rep. 362		Rep. 483
1	46	11	4	21	21
2	46	12	1	22	21
3	48	13	4	23	23
4	46	14	8	24	23
5	48	15	12	25	23
6	50	16	16	26	25
7	19	17	19	27	27
8	16	18	19	28	27
9	12	19	19	29	29
10	8	20	19	30 (¹)	31
A reporter	362	A reporter	483	Total	337

(¹) Au delà de 30, les points ne peuvent pas se présenter et, si le Tableau était continué, il faudrait mettre des zéros dans la deuxième colonne.

» Cela posé, il faut dresser un Tableau III indiquant, suivant le point qu'il a, le gain ou la perte du banquier contre un ponte qui a reçu un 6. Ce Tableau III est une conséquence du Tableau II. (Je suppose qu'à égalité le banquier gagne la moitié de la mise.) Exemple : si le banquier a 0,

il perd les cas 1, 2, 3, ... et gagne seulement la moitié du cas 0, donc il perd 710 et gagne 11,5, ce qui se chiffre par —698,5; s'il a 1, il perd les cas 2, 3, 4, ... gagne le cas 0 et la moitié du cas 1, donc il perd —664 et gagne 46, soit — 618; et ainsi de suite.

Tableau III donnant le gain ou la perte du banquier, suivant le point qu'il a, contre un ponte qui a écarté et a reçu un 6 (*à égalité, le banquier gagne la moitié de la mise*).

POINT du banquier.	GAIN ou perte.	POINT du banquier.	GAIN ou perte.	POINT du banquier.	GAIN ou perte.	POINT du banquier.	GAIN ou perte.
0	— 698,5	10	— 13	20	+ 223,5	30	+ 717,5
1	— 618	11	— 3	21	+ 264,5	31	+ 733
2	— 526	12	+ 0,5	22	+ 306,5	32	+ 733
3	— 431	13	+ 7	23	+ 351,5	33	+ 733
4	— 338	14	+ 21	24	+ 397,5	34	+ 733
5	— 243	15	+ 43	25	+ 443,5	35	+ 733
6	— 144	16	+ 73	26	+ 492,5	36	+ 733
7	— 90,5	17	+ 109,5	27	+ 545,5		
8	— 57	18	+ 147,5	28	+ 599,5		
9	— 31	19	+ 185,5	29	+ 656,5		

» Le reste du calcul qui est indiqué au-dessous du Tableau III ne paraît pas avoir besoin d'explication. Le résultat est celui-ci : Quand le banquier a 7, il vaut mieux qu'il n'écarte pas sur 12, puisque sa situation après écart — 96.1 est plus mauvaise que s'il s'y tient — 90.5; il doit au contraire écarter sur 11 puisque sa situation devenant — 84.1 s'améliore un peu par l'écart.

» Dans la pratique, il n'est pas nécessaire de recommencer tous ces calculs pour chaque cas, et le travail est moins long qu'il peut le paraître au premier abord. Les nombres du Tableau III peuvent se déduire successivement les uns des autres sans qu'on soit obligé de refaire pour chacun d'eux l'addition de ceux du Tableau II.

» Également, on peut déduire les unes des autres, bien plus vite que je ne l'ai fait dans l'exemple pris, les diverses situations du banquier quand il tire sur 12, 11, 10, 9, . . »

POINTS QUE LE BANQUIER PEUT AVOIR quand il a écarté sur 12 ou sur 11.

Point.	Nombre de fois quand le banquier a écarté sur 12.	11.	Point.	Nombre de fois quand le banquier a écarté sur 12.	11.
0	1	1	Report.	26	25
1	2	2	14	1	1
2	2	2	15	1	1
3	2	2	16	1	1
4	2	2	17	1	1
5	2	2	18	1	1
6	2	2	19	1	1
7	2	2	20	1	1
8	2	2	21	1	1
9	2	2	22	1	1
10	2	2	23	1	1
11	2	2	24	1	1
12	2	1	25	0	1
13	1	1	26	0	0
A rep.	26	25	Total.	37	37

CALCUL DE LA [illegible] contre un ponte qui a reçu sur 6, quand il tire sur

12. Pertes.	12. Gains.	11. Pertes.	11. Gains.
— 698,5	+ 1	— 698,5	+ 0,5
— 1236	+ 7	— 1236	+ 7
— 1052	+ 21	— 1052	+ 21
— 862	+ 43	— 862	+ 43
— 676	+ 73	— 676	+ 73
— 486	+ 109,5	— 486	+ 109,5
— 288	+ 147,5	— 288	+ 147,5
— 181	+ 185,5	— 181	+ 185,5
— 114	+ 223,5	— 114	+ 223,5
— 62	+ 264,5	— 62	+ 264,5
— 26	+ 306,5	— 26	+ 306,5
— 6	+ 351,5	— 6	+ 351,5
	+ 397,5		+ 397,5
			+ 443,5
— 5687,5		— 5687,5	
+ 2131,0	+ 2131,0	+ 2574,0	+ 2574,0
— 3556,5		— 3113,5	
3556,5 / 226 / 45	37 / 96,1	3113,5 / 153 / 55	37 / 84,1
La situation du banquier est représentée par — 96,1.		La situation est représentée par — 84,1.	

MANIÈRE DE SE SERVIR DES TABLEAUX CI-APRÈS

contenant sous forme de graphiques, les règles qui doivent guider le ponte et le banquier dans le nouveau Baccara ou Bac-Diff.

Exemple : Le ponte a écarté et on lui a donné un 8; le banquier a 12. Le Tableau **11** de la page 191 montre que, si ce point de 12 est formé par

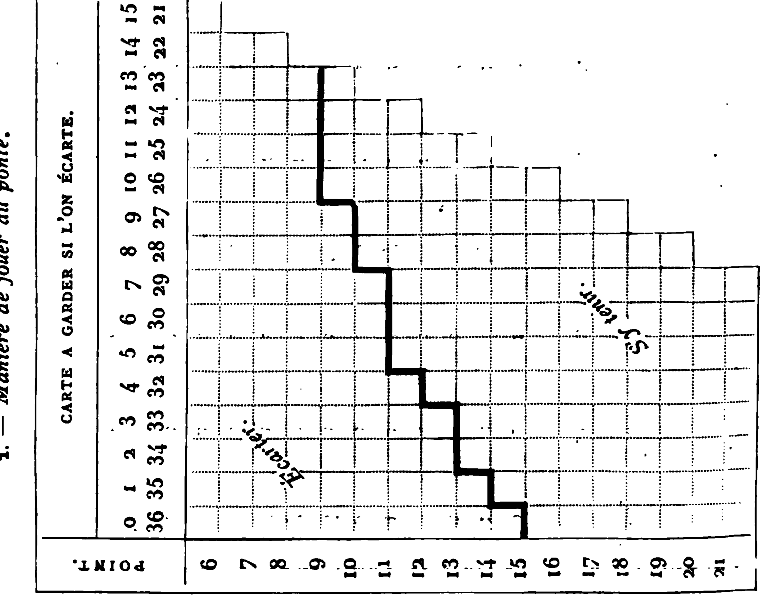
0.12 — 1.13 — 2.14 — 3.15 — 4.16 — 5.17 — 6.18 — 7.19
36.24 35.23 34.22 33.21 32.20 31.19 30.18 29.17,

le banquier doit écarter, tandis que s'il est formé par

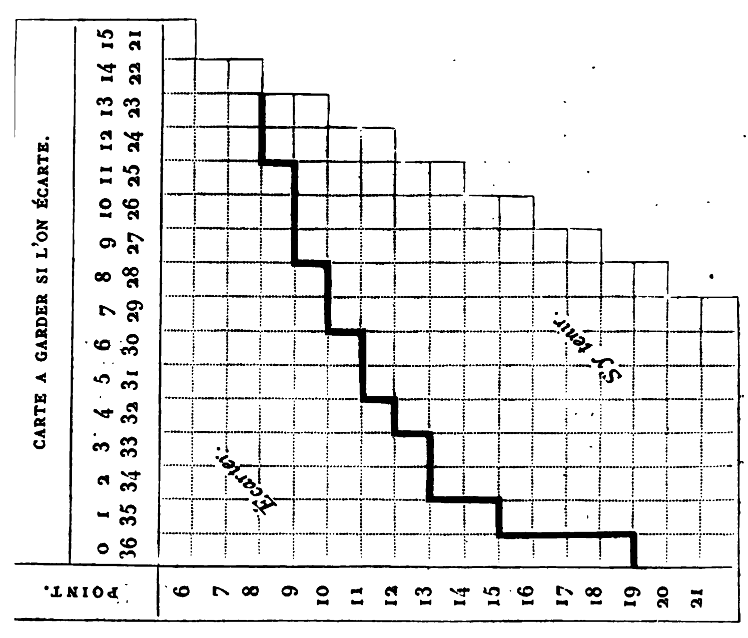
8.20 — 9.21 10.22 — 11.23 — 12.24
28.16 27.15 26.14 25.13,

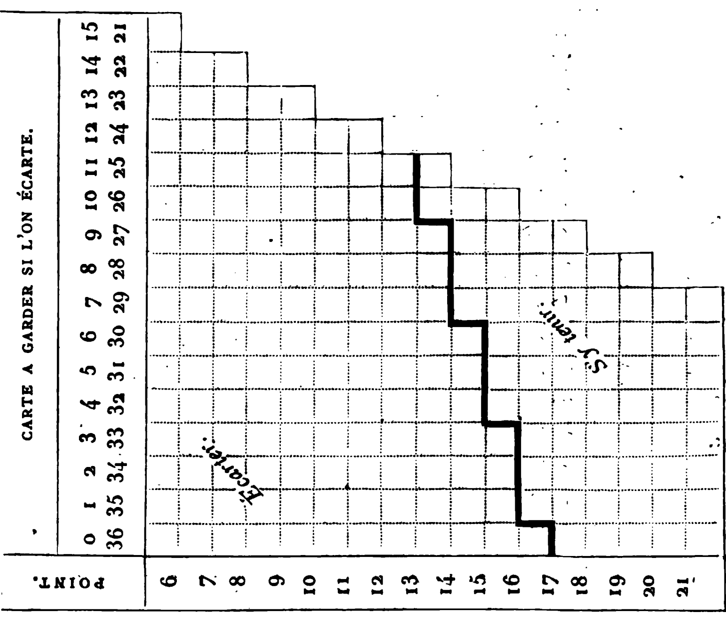
le banquier doit s'y tenir.

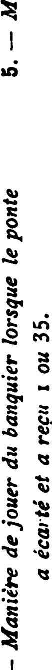
Il sera évidemment très difficile pour le banquier, sinon impossible, d'avoir tous ces cas dans la tête; peut-être pourrait-on, en sacrifiant un peu d'exactitude, réduire le tout à quelques règles simples.

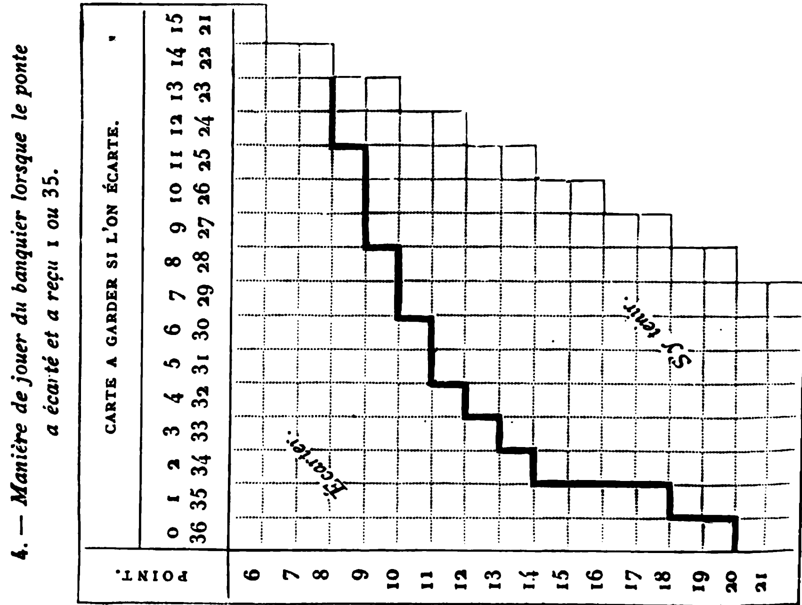


1. — *Manière de jouer du ponte.*

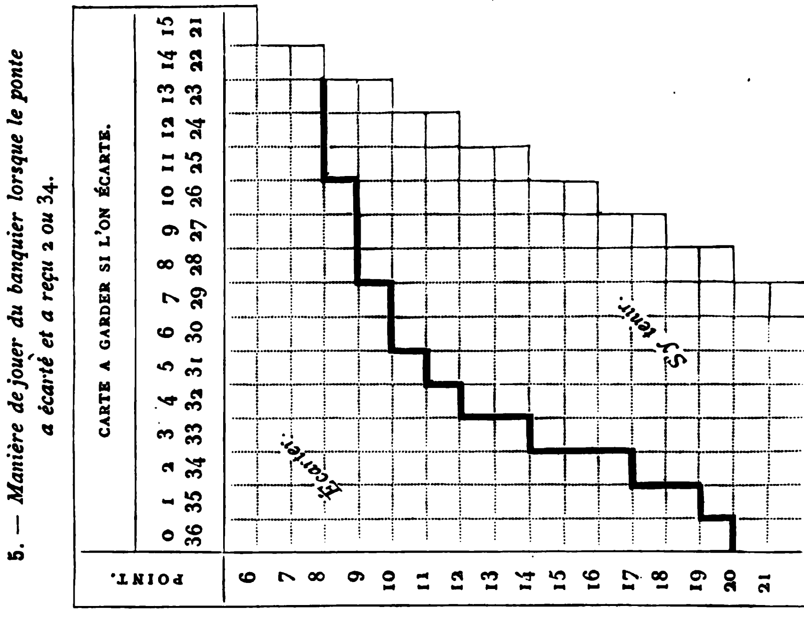

CARTE A GARDER SI L'ON ÉCARTE.
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15
36 35 34 33 32 31 30 29 28 27 26 25 24 23 22 21
POINT.
6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21
Écarter.
S'y tenir.


CARTE A GARDER SI L'ON ÉCARTE.
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15
36 35 34 33 32 31 30 29 28 27 26 25 24 23 22 21
POINT.
6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21
Écarter.
S'y tenir.

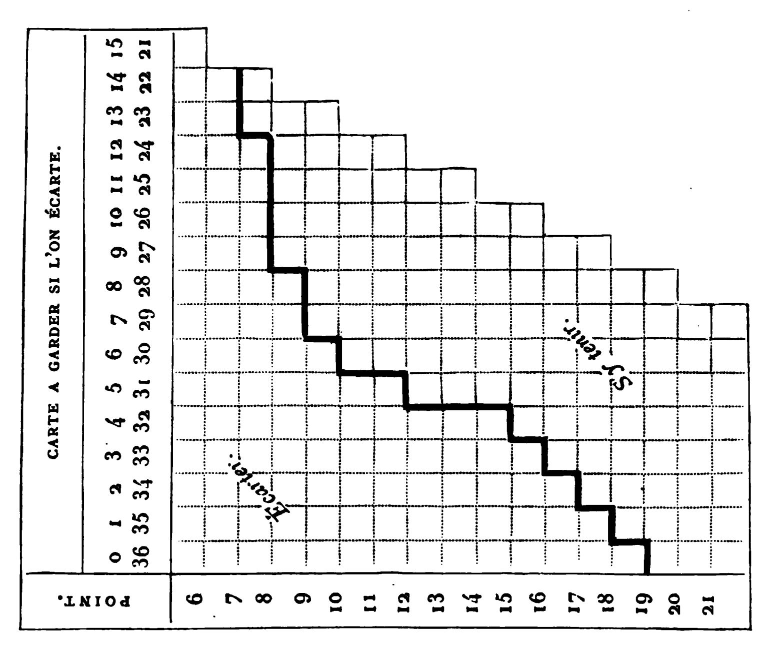


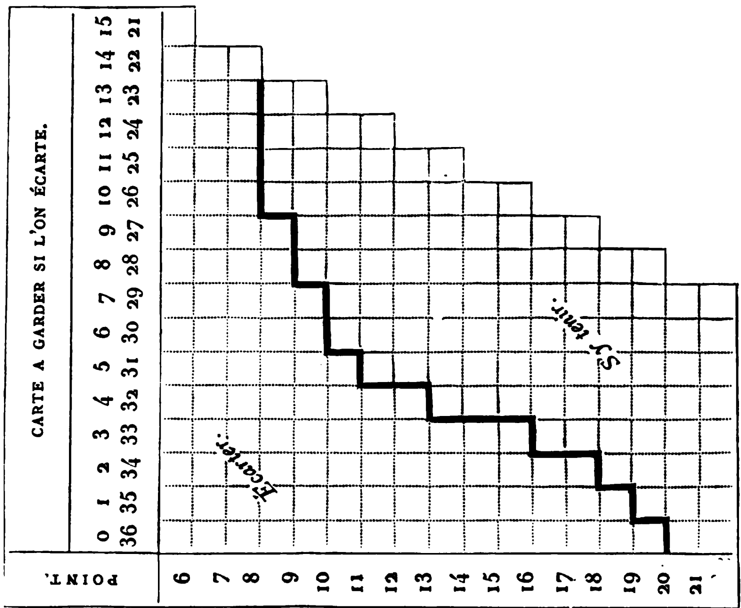


4. — Manière de jouer du banquier lorsque le ponte a écarté et a reçu 1 ou 35.

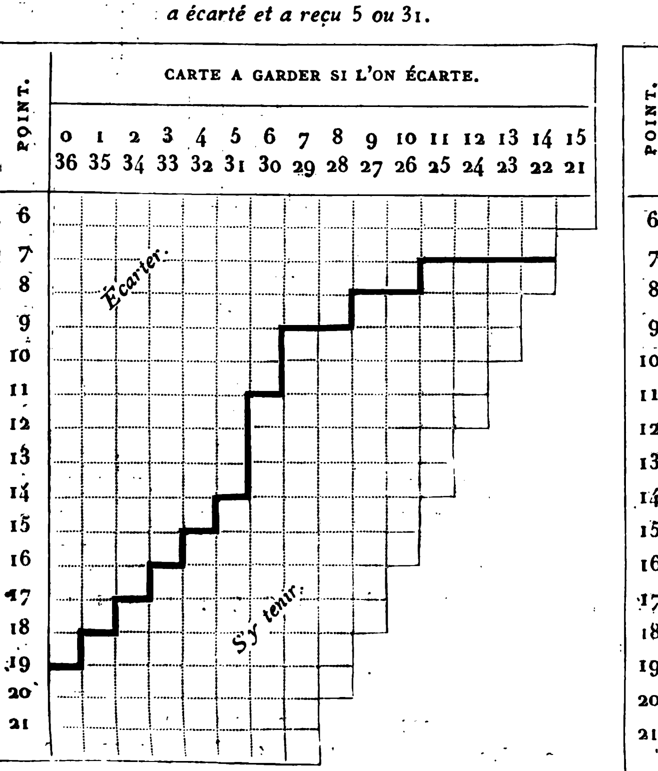


5. — Manière de jouer du banquier lorsque le ponte a écarté et a reçu 2 ou 34.

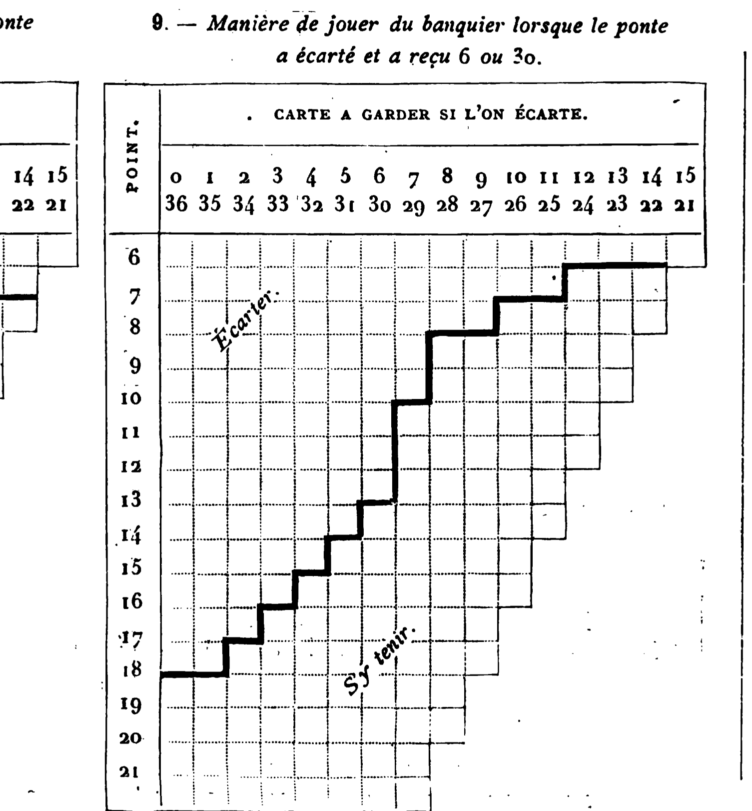

CARTE A GARDER SI L'ON ÉCARTE.
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15
36 35 34 33 32 31 30 29 28 27 26 25 24 23 22 21
POINT.
6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21
Écarter.
S'y tenir.

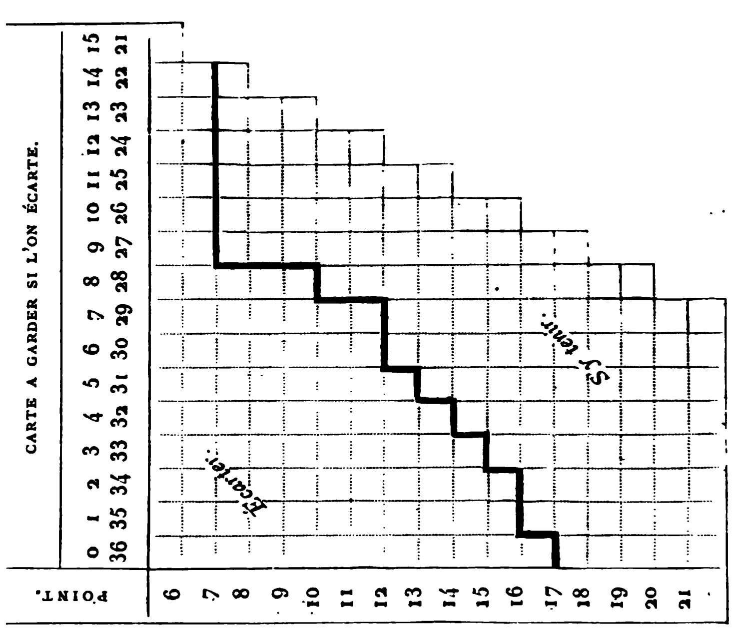

CARTE A GARDER SI L'ON ÉCARTE.
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15
36 35 34 33 32 31 30 29 28 27 26 25 24 23 22 21
POINT.
6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21
Écarter.
S'y tenir.

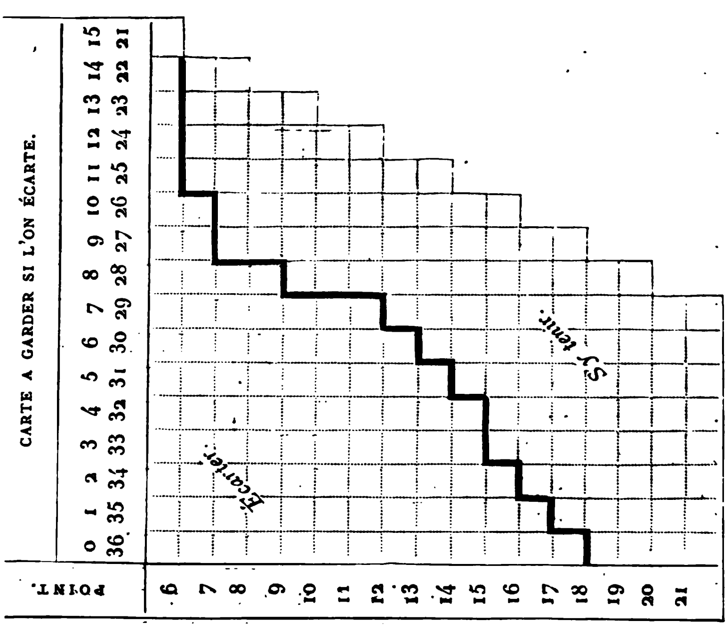
8. — *Manière de jouer du banquier lorsque le ponte a écarté et a reçu 5 ou 31.*



9. — *Manière de jouer du banquier lorsque le ponte a écarté et a reçu 6 ou 30.*




CARTE A GARDER SI L'ON ÉCARTE.
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15
36 35 34 33 32 31 30 29 28 27 26 25 24 23 22 21
POINT.
6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21
Écarter.
S'y tenir.


CARTE A GARDER SI L'ON ÉCARTE.
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15
36 35 34 33 32 31 30 29 28 27 26 25 24 23 22 21
POINT.
6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21
Écarter.
S'y tenir.

12. — *Manière de jouer du banquier lorsque le ponte a écarté et a reçu 9 ou 27.*

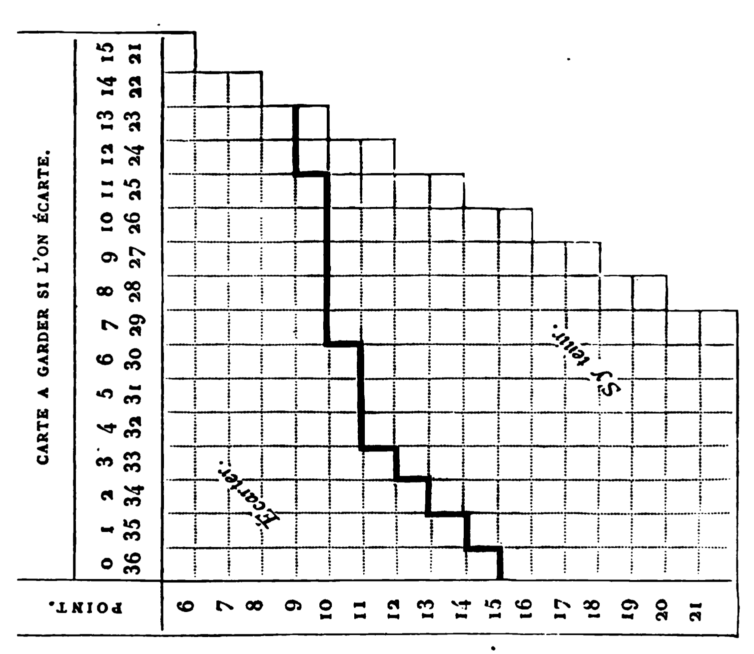
POINT.	CARTE A GARDER SI L'ON ÉCARTE.															
	0 36	1 35	2 34	3 33	4 32	5 31	6 30	7 29	8 28	9 27	10 26	11 25	12 24	13 23	14 22	15 21
6																
7																
8																
9																
10																
11																
12																
13																
14																
15																
16																
17																
18																
19																
20																
21																

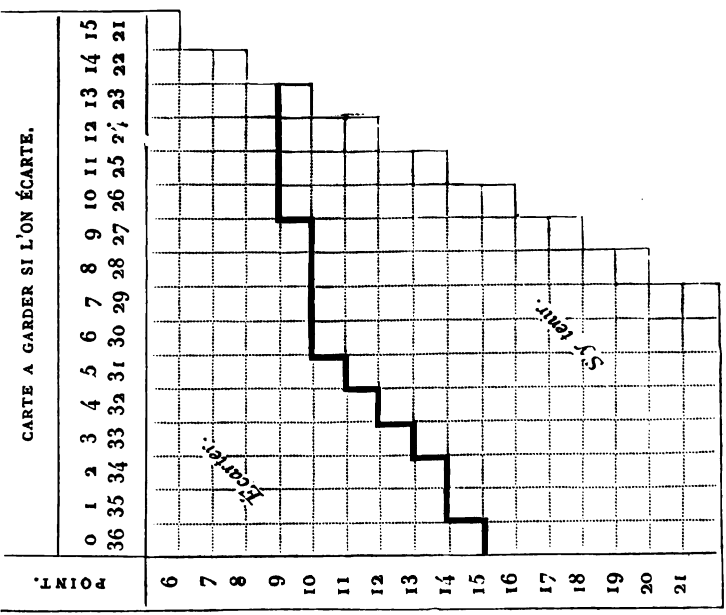
Écarter. *S'y tenir.*

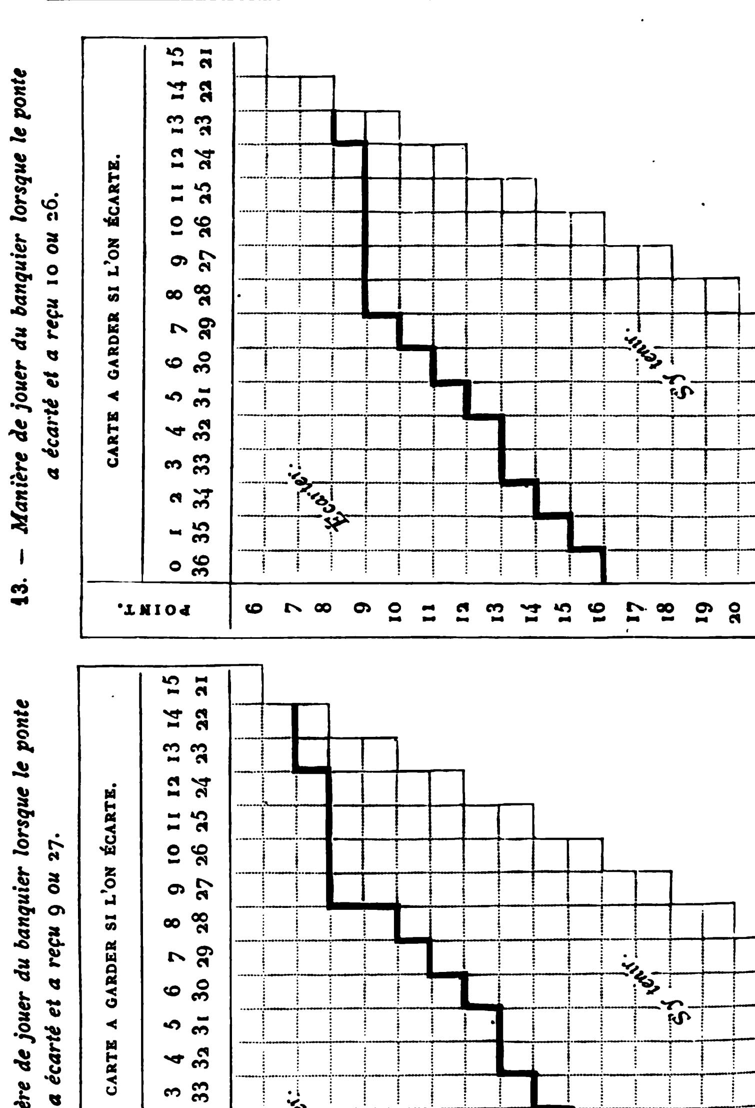
13. — *Manière de jouer du banquier lorsque le ponte a écarté et a reçu 10 ou 26.*

POINT.	CARTE A GARDER SI L'ON ÉCARTE.															
	0 36	1 35	2 34	3 33	4 32	5 31	6 30	7 29	8 28	9 27	10 26	11 25	12 24	13 23	14 22	15 21
6																
7																
8																
9																
10																
11																
12																
13																
14																
15																
16																
17																
18																
19																
20																
21																

Écarter. *S'y tenir.*


CARTE A GARDER SI L'ON ÉCARTE.
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15
36 35 34 33 32 31 30 29 28 27 26 25 24 23 22 21
POINT.
6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21
Écarter.
S'y tenir.


CARTE A GARDER SI L'ON ÉCARTE.
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15
36 35 34 33 32 31 30 29 28 27 26 25 24 23 22 21
POINT.
6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21
Écarter.
S'y tenir.



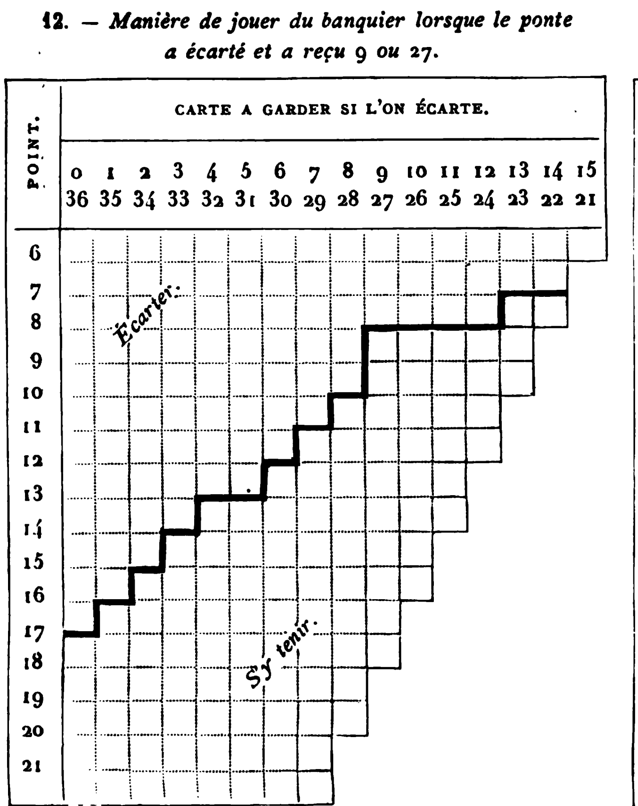
12. — *Manière de jouer du banquier lorsque le ponte a écarté et a reçu 9 ou 27.*

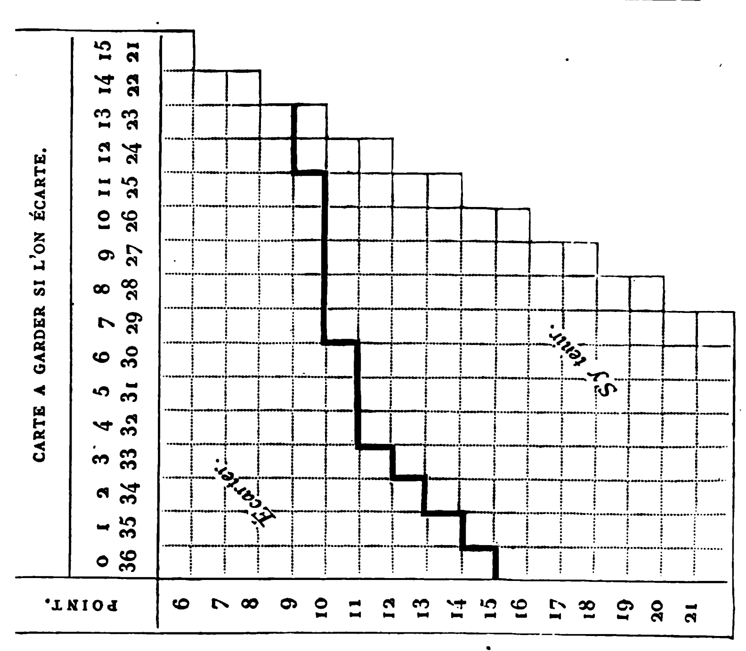
13. — *Manière de jouer du banquier lorsque le ponte a écarté et a reçu 10 ou 26.*

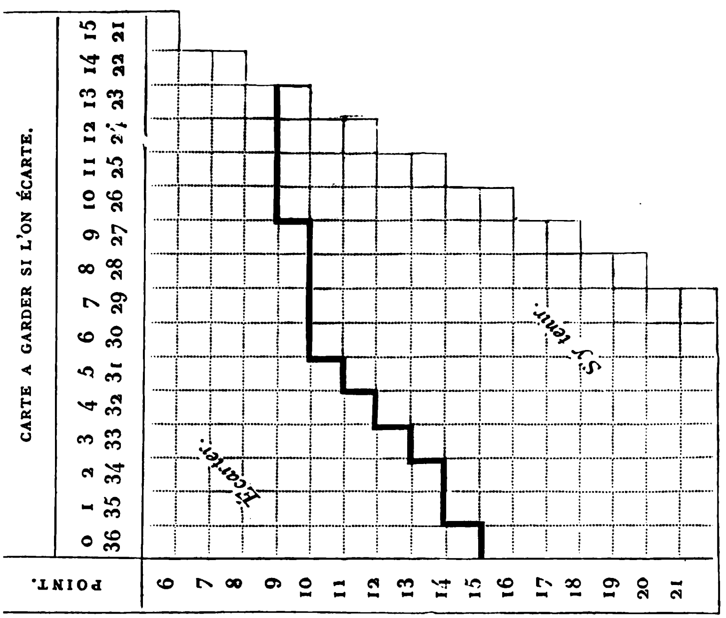
CARTE À GARDER SI L'ON ÉCARTE.

12. — *Manière de jouer du banquier lorsque le ponte a écarté et a reçu 9 ou 27.*

13. — *Manière de jouer du banquier lorsque le ponte a écarté et a reçu 10 ou 26.*

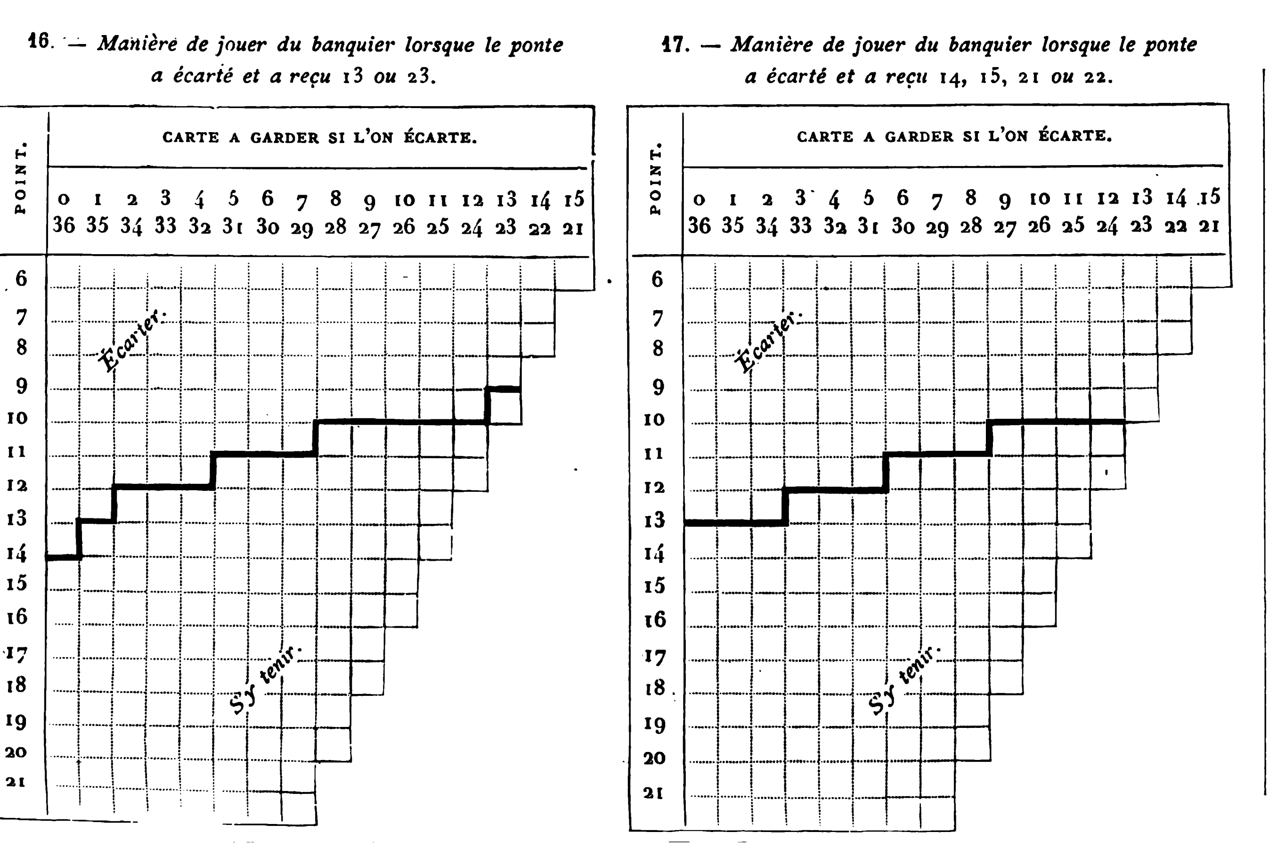



CARTE A GARDER SI L'ON ÉCARTE.
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15
36 35 34 33 32 31 30 29 28 27 26 25 24 23 22 21
POINT.
6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21
Écarter.
S'y tenir.

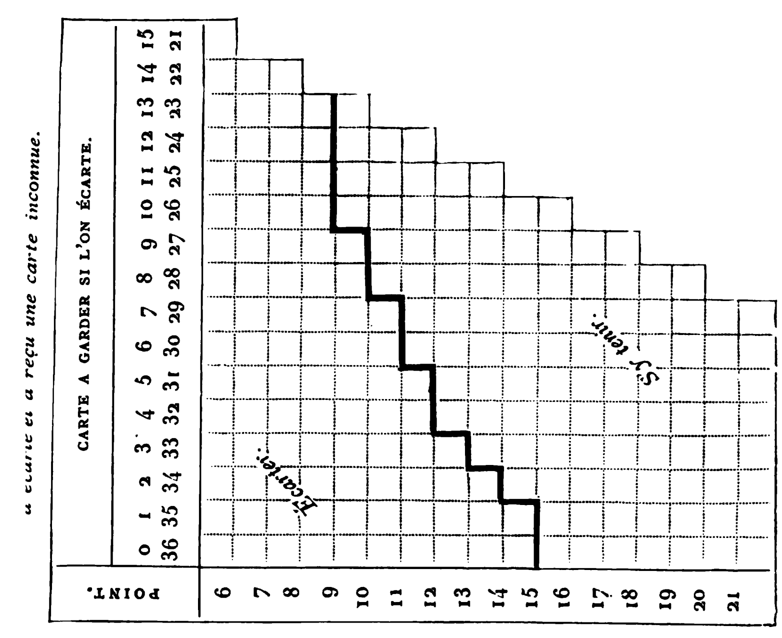

CARTE A GARDER SI L'ON ÉCARTE.
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15
36 35 34 33 32 31 30 29 28 27 26 25 24 23 22 21
POINT.
6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21
Écarter.
S'y tenir.

16. — *Manière de jouer du banquier lorsque le ponte a écarté et a reçu* 13 *ou* 23.

17. — *Manière de jouer du banquier lorsque le ponte a écarté et a reçu* 14, 15, 21 *ou* 22.



… et a reçu une carte inconnue.



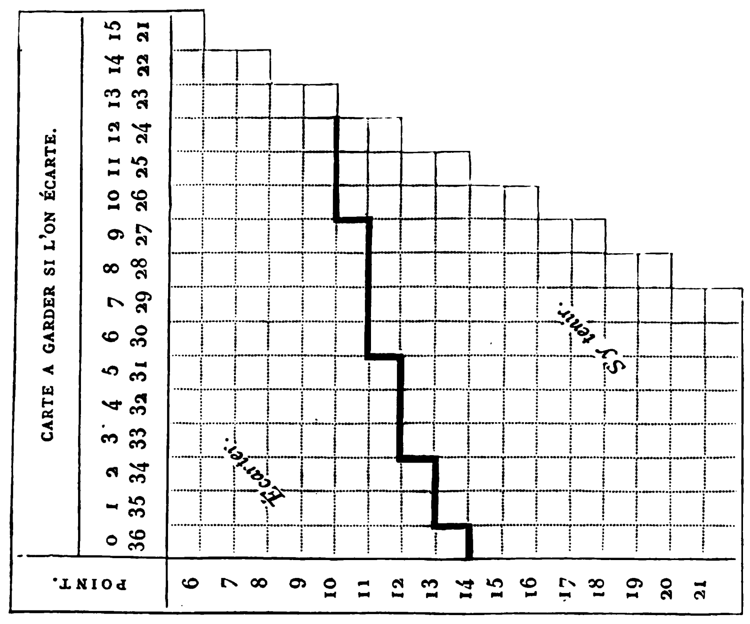




TABLE DES MATIÈRES.



TROISIÈME RÉCRÉATION. — *Le jeu du Caméléon et le jeu des jonctions de points.*

QUATRIÈME RÉCRÉATION.— *Le Jeu militaire et la Prise de la Bastille.*

CINQUIÈME RÉCRÉATION. — *La Patte d'oie et le Fer à cheval.*

SIXIÈME RÉCRÉATION. — *Le Jeu américain et amusements par les jetons.*

SEPTIÈME RÉCRÉATION. — *L'Étoile nationale et les jeux de Rouge et Noire.*

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES.

Paris. — Imp. Gauthier-Villars et fils, 55, quai des Grands-Augustins.



